I-257 コンクリート塊を急に吊下げる力によって加振する場合の減衰振動について

立命館大学理工学部土木教室 正員 畠山直隆
K.K.フジエンジニアリング ○正員 杉本正信
立命館大学理工学部土木教室 正員 早川清

1．はじめに：高架橋などのような大規模な構造物の振動性状を知るために行われる加振実験においては加振力の大きさが不足することが多く，このために振動計は高性能のものを使用し，増幅率も高めることが必要となるが，このために一般に雑振動を拾う結果となり，目的とする振動記録が得られないことになる。このような場合加振方法として図-1に示すようにコンクリート塊をワイヤーロープを介してレッカー車にて吊し，ロープを巻上げておいて，急激に開放してコンクリート塊を落下させて構造物に衝撃的力を加えて振動させる方法は極めて容易に大きな振動を発生させ得るし，振動体の周期や減衰常数などの測定に便利である。しかしこの方法はロープの弾性によってコンクリート塊がくり返して落下するため構造物の固有周期によっては構造物の自由な減衰記録が得にくいし，減衰常数などを求めるときに誤差が生じやすい。ここではコンクリート塊の落下によって減衰正弦波の衝撃加速度が生じ構造物が振動するものと考えて上述の点について若干の検討を試みたものである。

2．粘性減衰を考えたばね質点系の運動方程式：よく知られているように強制振動の式を次のように書く。

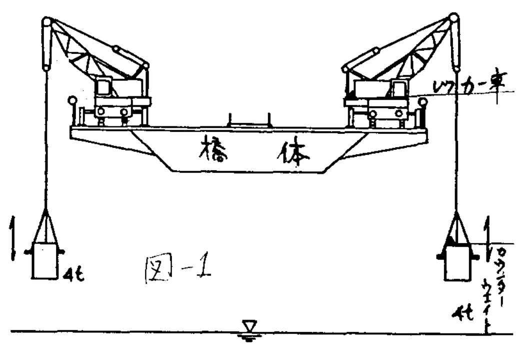

図-1

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = m_0\ddot{x}_d(t) \quad \cdots\cdots (1)$$

ここで，$\omega_n = \sqrt{k/m}$，$\zeta = \dfrac{c}{2\sqrt{km}}$，$\varphi(t) = \dfrac{m_0}{m}\ddot{x}(t)$

とおけば(1)式は

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = \varphi(t) \quad \cdots\cdots (2)$$

(2)式の解で初期条件 $t=0$ において $x=v_1$，$\dot{x}=v_2$ を満すものは

$$x = v_1 u_1(t) + v_2 u_2(t) + u_3(t)$$ とかくことができる。ここに $u_1(t)$，$u_2(t)$ はそれぞれ $\varphi(t)=0$ のときの解で，$t=0$ において $u_1=1$，$\dot{u}_1=0$，$u_2=0$ $\dot{u}_2=1$ の条件を満すものである。すなわち $\zeta<1$ とすれば，

$$\left.\begin{aligned} u_1(t) &= e^{-\zeta\omega_n t}\left[\cos(\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n t) + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin(\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n t)\right] \\ u_2(t) &= \frac{1}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t}\cdot\sin(\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n t) \end{aligned}\right\} (3)$$

また $u_3(t)$ は $v_1 = v_2 = 0$ に相当する解で

$$u_3(t) = \frac{1}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}\int_0^t \varphi(\xi)e^{-\zeta\omega_n(t-\xi)}\sin\left[\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\,(t-\xi)\right]d\xi \quad \cdots\cdots (4)$$

いま $\ddot{x}_0 = \dfrac{\dot{U}_0\omega_1}{\sqrt{1-\zeta_1^2}}e^{-\zeta_1\omega_1 t}\cdot\sin\left[\sqrt{1-\zeta_1^2}\,\omega_1 t + \phi_1\right]$，ただし $\phi_1 = \sin^{-1}(2\zeta_1\sqrt{1-\zeta_1^2})$ ；$\cdots\cdots (5)$

とおいて $t=0$，$v_1 = v_2 = 0$ のときについて計算する。

(4)式の $\varphi(\xi) = \dfrac{m_0}{m}\ddot{x}_0(\xi) = \dfrac{m_0}{m}\dfrac{\dot{U}_0\omega_1}{\sqrt{1-\zeta_1^2}}\cdot e^{-\zeta_1\omega_1\xi}\sin\left[\sqrt{1-\zeta_1^2}\,\omega_1\xi + \phi_1\right]$ であるので，

$$u_3(t) = \frac{1}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}\cdot\frac{m_0}{m}\frac{\dot{U}_0\omega_1}{\sqrt{1-\zeta_1^2}}\int_0^t e^{-\zeta\omega_n(t-\xi)-\zeta_1\omega_1\xi}\sin\left[\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}(t-\xi)\right]\cdot\sin\left[\omega_1\sqrt{1-\zeta_1^2}\,\xi + \phi_1\right]d\xi \cdots (6)$$

この積分を実行すると24項に及ぶ長い式となるので，ここに書くことは省略する。

3．実測例による数値計算：ここではある橋梁において実施した例によって計算を行うことにする。

図-2は図-1に示す加振装置を堅硬な地盤に設置して得られたコンクリート塊の加速度記録である。これから減衰常数ζ_1を求めると、$\zeta_1 = 0.0382$となる。これから$\zeta_1^2 = 0.00146$となり、$\sqrt{1-\zeta_1^2} \doteqdot 1$と考えうる。故に$\sin\phi_1 = 0.0763$, $\cos\phi_1 = 0.9971 \doteqdot 1$, 加振々動数$\omega_1 = 2\pi \times 1.2^{(Hz)} = 7.54$, ω_nは別の方法で求めた値を用いることとして、$\omega_n = 2\pi \times 0.34^{(Hz)} = 2.14$とする。また$\sin(\omega_1\sqrt{1-\zeta_1^2}t) \doteqdot \sin\omega_1 t$,

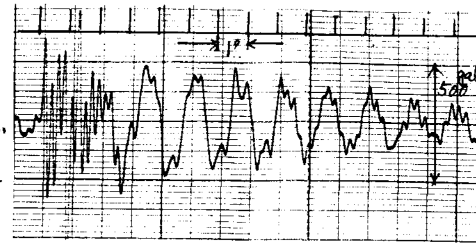

図-2

$\cos(\omega_1\sqrt{1-\zeta^2}t) \doteqdot \cos\omega_1 t$とし、$\zeta<1$で$\zeta$はかなり小さいと考えて(6)式の積分を実行した24項に及ぶ式に代入して計算した。図-3はこの橋梁の中央加振の場合の中央付近の振動計の変位記録である。この図からも減衰常数ζはかなり小さいことが知られる。

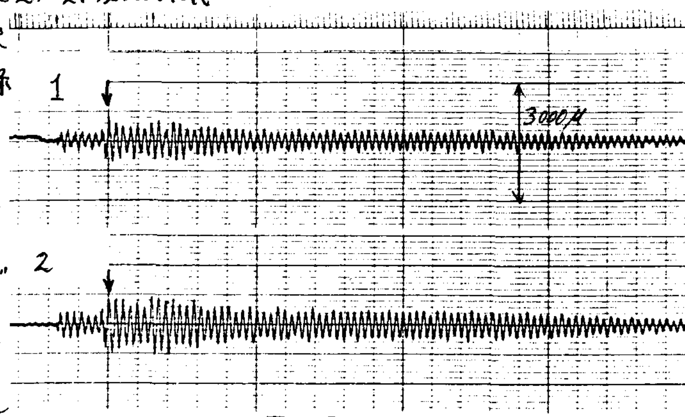

図-3

ここでさらに$\zeta = 0.005$とおいて加振された橋の振動の正弦波形の最大，最小の点についてのみ計算を行うものとすれば式は簡単になる。

いま$\sin\omega_n t = 1$とおけば$\cos\omega_n t = 0$であるので、次のように計算される。

$$U_3(t) = \text{定数} \times \left[e^{-0.0377t} (2.142 \sin 7.54t + 7.54 \cos 7.54t) + 7.542\, e^{-0.0107t} \right] \quad \cdots\cdots (7)$$

また$\sin\omega_n t = 0$, $\cos\omega_n t = 1$とおけば

$$U_3(t) = \text{定数} \times \left[e^{-0.0377t} (7.54 \sin 7.54t - 0.573 \cos 7.54t) + 0.326\, e^{-0.0107t} \right] \quad \cdots\cdots (8)$$

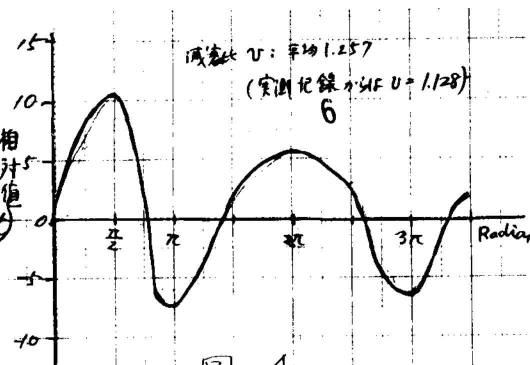

図-4

(7),(8)式によって加振された橋の振幅の減衰を計算したものが図-4である。図-4は計算が粗であるのでさらに詳細な計算を進めたいと考えているが、実測記録上の減衰常数と実際の構造物の減衰常数とのくい違いがあることは明確になった。今後は多くの例によって計算を進め検討を行いたい。

参考文献 : Harris and Crede, Shock and Vibration Handbook, p 23-6.