

埼玉大学 正員 山口 宏樹
東京都 池田 匡隆
埼玉大学 正員 秋山 茂興

1. はじめに

ケーブルは軸引張力により幾何剛性を得る、いわゆるノ次元テンション部材であり、一般にその解析においておじれを考慮することはない。しかし、ケーブルは非常にフレキシブルであることから風による揺動がしばしば問題とされ、特に着氷した送電線や通信線などの非軸対称断面ケーブルにおいては、ギャロッピングと呼ばれるたわみ不安定振動(自励振動)が生じ、これに関係する空力特性が風の相対迎角に敏感であることから、おじれ振動を考慮した扱いが必要となる。そこで本研究では、まずケーブルの対風挙動を詳しく考察した上で、おじれ変位を考慮したケーブルの振動に関する支配方程式を厳密に導き、固有振動特性と数値解析により調べた。

2. おじれ振動を伴うケーブルの対風挙動

ケーブルの対風挙動の一例として通信架空ケーブルのギャロッピングを示す。通信線路の架設法には種々あるが、耐風上最も問題とされているものは通信ケーブルと吊線をワイヤー一体化するもので、その断面形状がダルマ形となるため、断面軸線と風速方向とのなす角、つまり風の迎角によってギャロッピングを起し、実際に破断事故も報告されている。

この現象を詳細に検討する目的で三次元模型風洞実験を行い、対風挙動を観測した。模型は縮尺率約 $1/2$ で、スパン $l=15$ mm、通信ケーブル径 $a=17.5$ mm、吊線径 $b=4$ mmである。ここではサグ比が 0.03 の場合に風洞風速 $U=12$ m/sで生じた逆対称1次モードの振動応答を示すことにする。図1にスパン $l/4$ 点での鉛直面内における応答リサージュを示したが、振動の発達の様子は次の段階に分けることができる。

〔第1段階〕 初期振動 $A/(a+b)=0 \sim 2.5$

図1(a)のように架空ケーブルは風により流され、迎角 α をもつ面内でのたわみ振動を起こす。無次元鉛直振幅 $A/(a+b)$ が 2.5 程度までのものであり、このとき、

おじれ成分はほとんどない。

〔第2段階〕 過渡振動 $A/(a+b)=2.5 \sim 5.0$

振幅がさらに増大すると、図1(a)のような面内振動ではあるがおじれ振動も生じ、面外にも多少変位する。

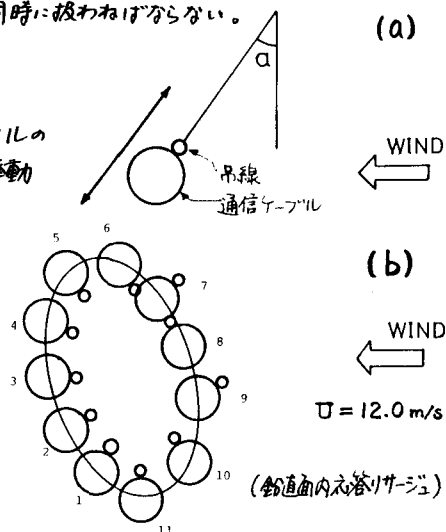
〔第3段階〕 定常振動 $A/(a+b) \geq 5.0$

この時点で振動は定常となり、図1(b)に示すようなおじれを伴った楕円軌道とえがく振動となる。図で初期の静的なつり合い位置は1であり、 $6 \sim 10$ の間のおじれ振動は他の $11 \sim 5$ のものに比べて非常に速い現象となっている。

以上のように複雑なケーブルの対風挙動を理論的に扱おうとすると、初期の微小振動を対象とした場合には、現象が面内1自由度振動として扱い得ることから、従来の準定常理論による扱い¹⁾、つまり静的空気力をたわみ1自由度系に作用させて非線形運動方程式(空気力に基づく非線形)を導くという扱いが可能であり、発振速度の推定はできよう。しかし、振幅が大きくなっておじれ変位、面外変位が連成した応答までを解析しようとするれば、有限変位を扱った、しかもおじれ変位も考慮したケーブルの厳密な支配方程式が必要となり、空気力の非線形性と構造の幾何学的非線形性とを同時に扱わねばならない。

図1

ケーブルの
対風挙動



3. おねじれ変位を考慮したケーブルの運動方程式

2.での考察に基づき、軸力、2軸曲げ、ねじりを受ける1次元部材の基礎方程式(有限変位理論)から、曲げ剛性を無視することにより、おねじれを考慮したケーブルの厳密な支配方程式を求めた。

(i) 運動方程式

$$\frac{\partial}{\partial s}(M_T e_{ij} \frac{\partial^2 x^i}{\partial s^2} \frac{\partial x^j}{\partial s} + T \frac{\partial x^i}{\partial s}) - \rho \frac{\partial^2 x^i}{\partial t^2} + \bar{x}^i = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial M_T}{\partial s} - m \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + M_T = 0 \quad (2)$$

(ii) 断面力-変形関係式

$$M_T = GJ \frac{\partial \theta}{\partial s}, \quad T = EA \epsilon \quad (3), (4)$$

(iii) 変形-変位関係式

$$(1+\epsilon)^2 = \frac{\partial x^i}{\partial s_0} \cdot \frac{\partial x^i}{\partial s_0}, \quad \kappa^2 = \frac{\partial^2 x^i}{\partial s^2} \cdot \frac{\partial^2 x^i}{\partial s^2} \quad (5), (6)$$

$$z = e_{ijk} \frac{\partial x^i}{\partial s} \frac{\partial x^j}{\partial s} \frac{\partial x^k}{\partial s} \cdot \frac{1}{\kappa^2} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial s} = \frac{\partial \alpha}{\partial s} + z \quad (8)$$

ここで、 M_T および T は断面力とし、 θ はねじりモーメントおよびケーブル張力、 GJ および EA はねじり剛性および伸縮剛性であり、 x^i, x^j, x^k は空間位置成分、 θ はねじり角である。また z はねじり率、 α は断面のねじり回転を規定するパラメータである(図2)。さらに ρ, m はそれぞれ単位長さ当たり質量、極慣性モーメント、 $\bar{x}^i, M_T$ は外力である。

式(1)はたわみ振動に関する運動方程式、式(2)はねじれ振動に関する運動方程式であり、有限変位を対象とした非線形理論においてはおねじれ変位も含め、すべての変位成分が連成することがわかる。

4. 面外変位-ねじれ変位連成固有振動

ケーブルは初期状態において xy 平面内に静止して

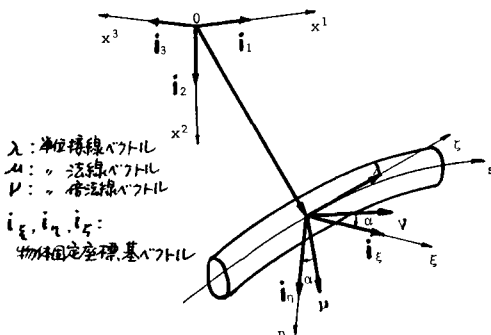
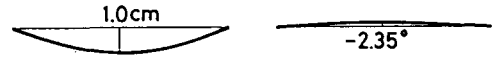
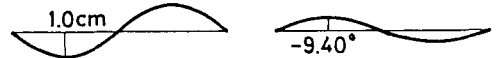


図2 おねじれを考慮したケーブルの座標系

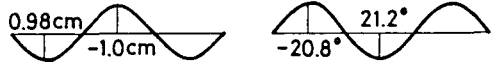
[1st]



[2nd]



[3rd]



(out-of-plane)

(torsion)

図3 おねじれ変位が連成した面外固有振動(スパン15m)

いるものとし、そのつり合い形状を $(x_e, y_e, 0)$ で表す。そのつり合い位置からの動的微小変位を u, v, w で表すものとし、線形化し、自由振動方程式を導いた。その結果、面内変位 u, v についてはおねじれを考慮しない場合と全く同じ式が得られたが、面外変位 w についてはおねじれ変位 θ と連成し、以下のような連成運動方程式が得られた。

$$\frac{\partial^2}{\partial s^2} \left\{ GJ \left(\frac{\partial \theta}{\partial s} + \frac{1}{\kappa^2} (x_e' y_e'' - x_e'' y_e') \right) \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{1}{\kappa^2} (x_e' y_e' - x_e y_e') \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right. \\ \left. + \frac{1}{\kappa^2} (x_e y_e'' - x_e'' y_e') \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right\} (x_e' y_e' - x_e y_e') + \frac{H_0}{x_e} \frac{\partial w}{\partial s} \\ - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial s^2} \left\{ GJ \left(\frac{\partial \theta}{\partial s} + \frac{1}{\kappa^2} (x_e' y_e'' - x_e'' y_e') \right) \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{1}{\kappa^2} (x_e' y_e' - x_e y_e') \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right. \\ \left. + \frac{1}{\kappa^2} (x_e y_e'' - x_e'' y_e') \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right\} - m \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \frac{\partial \theta}{\partial s} + \frac{1}{\kappa^2} (x_e' y_e'' - x_e'' y_e') \frac{\partial w}{\partial s} \right. \\ \left. + \frac{1}{\kappa^2} (x_e y_e'' - x_e'' y_e') \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + \frac{1}{\kappa^2} (x_e' y_e' - x_e y_e') \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right\} = 0 \quad (10)$$

式(9),(10)にGalerkin法を適用し、風洞実験での模型の諸元を用いて固有振動解析を行った。その結果は図3に示すとおりで、線形理論においてもおねじれ変位は面外固有振動と連成することがわかる。

5. まとめ

ケーブルの耐風挙動解析は構造的な非線形性と空力的な非線形性をともに考慮し、かつおねじれ変位が重要であるため、それとも考慮する必要がある。ここで導いた支配方程式をもとに今後、解析と連成する予定である。

なお、風洞実験等に関して東京大学伊藤孝教授、藤野陽三助教授に助言を頂いたことへ付記し、謝意を表す次第である。

(参考文献) 1) 岡田、伊藤、宮田：耐風構造、丸善、1977。

2) 山田、宮田、伊藤：曲げ剛性を考慮したケーブルの面内線形自由振動、土論、1982。