

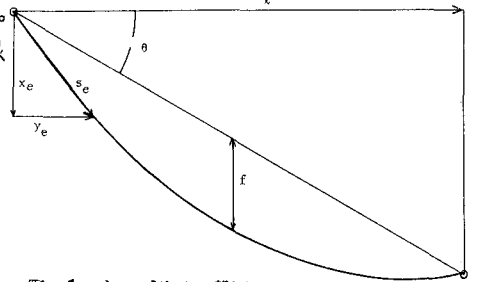
長崎大学工学部 学生員・田川 賢, 坂井 希一
清水建設(株) 正 員 川上 宏行
長崎大学工学部 正 員 高橋 和雄

1. まえがき ケーブルの非線形応答は付随型と分岐型に分類され、そのうち付随型の振動特性はかなり解明されている。しかし、分岐型の振動特性に関しては未解決の部分が多く、十分に解明されるに至っていない。そこで本研究は、分岐型のうち面内加振を受けるケーブルの応答および分数調波共振特性および面内対称加振を受ける水平ケーブルの逆対称分岐応答特性を明らかにするものである。

2. 解法 図-1に示す座標系を導入すれば、ケーブルの面内非線形運動方程式は次式で表わされる。¹⁾

$$L_1(u, v) = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{2}{\partial \omega_e} \left\{ (C_0^2 \frac{1}{\omega_e} + C_1^2 \omega_e^2) \frac{\partial^2 u}{\partial \omega_e^2} + C_1^2 \omega_e^2 \frac{\partial^2 v}{\partial \omega_e^2} \right\} + C_1^2 \frac{2}{\partial \omega_e} \left[(\omega_e^2 \frac{\partial^2 u}{\partial \omega_e^2} + \omega_e^2 \frac{\partial^2 v}{\partial \omega_e^2}) \frac{\partial^2 u}{\partial \omega_e^2} \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \omega_e^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \omega_e^2} \right)^2 \right\} (\omega_e^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial \omega_e^2}) \right] - \frac{P_0 \cos \Omega t}{P_0} = 0 \quad (1)$$

$$L_2(u, v) = \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \frac{2}{\partial \omega_e} \left\{ (C_0^2 \frac{1}{\omega_e} + C_1^2 \omega_e^2) \frac{\partial^2 v}{\partial \omega_e^2} + C_1^2 \omega_e^2 \frac{\partial^2 u}{\partial \omega_e^2} \right\} - C_1^2 \frac{2}{\partial \omega_e} \left[(\omega_e^2 \frac{\partial^2 u}{\partial \omega_e^2} + \omega_e^2 \frac{\partial^2 v}{\partial \omega_e^2}) \frac{\partial^2 v}{\partial \omega_e^2} \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \omega_e^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \omega_e^2} \right)^2 \right\} (\omega_e^2 + \frac{\partial^2 v}{\partial \omega_e^2}) \right] - \frac{P_0 \cos \Omega t}{P_0} = 0 \quad (2)$$



ここに、 u, v : ケーブルの面内水平、面内鉛直変位、 t : 時間 図-1 ケーブルの一般図

ω_e : ケーブルの初期形状に沿う曲線座標、 C_0, C_1 : ケーブルの横波、縦波伝播速度、 P_0 : 荷重強度、 Ω : 外力の内振動数、 $\{x_e, y_e, 0\}$: ケーブルの初期形状、また図-1において、 θ : 傾斜角、 f : ケーブルサグ

式(1),(2)の解を次式のような変数分離形で仮定する。

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} R_n(t) U_n(\omega_e), \quad v = \sum_{n=1}^{\infty} R_n(t) V_n(\omega_e) \quad (3) \quad \text{ここに、} R_n(t): \text{未知の時間関数、} l: \text{ケーブルの支点間水平距離、} U_n(\omega_e) = \sum_{m=1}^{\infty} P_m^* \sin \frac{m \omega_e \omega_e}{2}, \quad V_n(\omega_e) = \sum_{m=1}^{\infty} P_m^* \sin \frac{m \omega_e \omega_e}{2}: \text{面内線形の第} n \text{次固有振動形、} P^*: \text{初期ケーブル長}$$

式(3)を式(1),(2)に代入し Galerkin法を適用すると、次式のような R_n についての連立非線形常微分方程式群が得られる。

$$m_n \ddot{R}_n + k_n R_n + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} k_{jkn} R_j R_k + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} k_{jkn} R_j R_k = P_0 \cos \omega t \quad (4)$$

ここに、 $k_n = C_0^2$: ケーブルの縦波・横波伝播速度比、 $\omega = \Omega/\omega_1$, $\tau = \omega_1 t$

式(4)の非線形微分方程式の応答を分類すれば、図-2に示すとおりである。分岐型の応答を求めるにあたっては付随成分の影響は無視できるため、次式で解を仮定する。²⁾

$$\textcircled{1} \text{ } 1/2 \text{ 分数調波共振 } R_n = \frac{C_n^*}{2} + C_n^* \cos \frac{1}{2} \omega t + S_n^* \sin \frac{1}{2} \omega t + C_n^* \cos \omega t \quad (5)$$

$$\textcircled{2} \text{ } 2/3 \text{ 分数調波共振 } R_n = \frac{C_n^*}{2} + C_n^* \cos \frac{2}{3} \omega t + S_n^* \sin \frac{2}{3} \omega t + C_n^* \cos \omega t \quad (6)$$

③ 面内対称加振による逆対称分岐応答

$$P_1 = \frac{C_1^*}{2} + C_1^* \cos \omega t$$

$$P_2 = \frac{C_2^*}{2} + C_2^* \cos \frac{1}{2} \omega t + S_2^* \sin \frac{1}{2} \omega t + C_1^* \cos \omega t + S_1^* \sin \omega t \quad (7)$$

ここに、 $C_n^*, S_n^*, S_n^*, C_n^*, \dots$: 未定定数

式(5)もしくは式(6),(7)を式(4)に代入して調和バランス法を適用すれば、連立非線形代数方程式群が得られる。これに Newton-Raphson法の繰返し計算を用いれば必要な解が得られる。

3. 解析結果および考察

① 1/2 分数調波共振 図-3は、サグ比が $\gamma = 0.026$ の水平ケーブル ($R = 30$) の主調波共振 (C_1^*) と $1/2$ 分数調波共振 (S_2^* , C_2^*) を示したもので、横軸は無次元加振振動数で、縦軸はケーブルの中央点の無次元振幅である。図中の実線は外力と同位相の応答を、破線は逆位相の応答を表わしている。サグ比が 0.026 のケーブルは振動数比と振幅比の関係が2次の非線形項が支配的な軟化バネ特性を示す場合である。主調波共振は常に生じる応答で $\omega = 2.0$ 付近で共

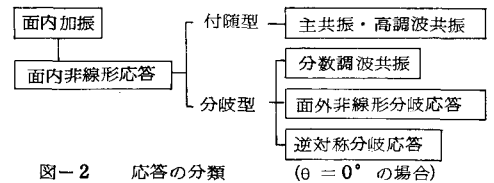


図-2 応答の分類

振となり、それに対し $\frac{1}{2}$ 分数調波共振は固有振動数の2倍付近でのみ分岐的に生じ、その位相は 0° または 180° である。また、振動数比と振幅比の関係は主調波共振と同様に硬化バネ特性を示している。サゲ比 $\gamma=0.026$ のケーブルは2次の非線形項が支配的であるために $\frac{1}{2}$ 分数調波共振はその幅が最も広く、実現しやすいと言える。図-4は、減衰を考慮した場合の応答曲線である。図よりわかるように、減衰によって $\frac{1}{2}$ 分数調波共振はおさえられ、振幅に上限値が存在する。そのため、 $\frac{1}{2}$ 分数調波共振は大きな振幅とは成り得ない。

(2) $\frac{1}{2}$ 分数調波共振 図-5は、サゲ比が $\gamma=0.1$ の水平ケーブルの主調波共振(C_1)と $\frac{1}{2}$ 分数調波共振($C_{1/2}$)を示したものである。 $\frac{1}{2}$ 分数調波共振では $S_{1/2}^2$ の項は単独で存在しえず、 $C_{1/2}$ と位相差の 60° 異なる解を与えるために、 $S_{1/2}^2$ の項は省略されている。 $\frac{1}{2}$ 分数調波共振は固有振動数の3倍付近のみで分岐的に生じ、 $\frac{1}{2}$ 分数調波共振と異なって(図-3参照)、主調波共振にはほとんど影響を及ぼさない。また、減衰がある場合には振動数比に下限値が存在し、そのため $\frac{1}{2}$ 分数調波共振は大きな振幅比の領域で生じる。

(3)面内対称加振による逆対称分岐応答 図-6は、サゲ比が $\gamma=0.026$ の水平ケーブルの面内対称加振による逆対称分岐応答曲線を示したものである。逆対称分岐応答は固有振動数($\omega_2=2.0$)の1倍および2倍付近で生じ、振動数比と振幅比の関係は主調波共振と関係なく逆対称振動の振動数比と振幅比の関係である硬化バネ特性を示す。また、 $2\omega_2$ 付近の分岐応答の幅は2次の非線形項が支配的な $\gamma=0.026$ のケーブルで最も広い。

4.まとめ 本研究によりケーブルの非線形分岐応答の基本的な特性が明らかにされた。分岐応答に及ぼすサゲ比の影響および係数励振振動との関係などは講演時に発表する。

〈参考文献〉

- 1) 山口・伊藤: 単一ケーブルの三次元線形自由振動, 土木学会論文報告集第286号, S54, PP. 39~47
- 2) 皆川: 非線形振動の数値解析, 日本建築学会論文報告集第279号, S54, PP. 21~27

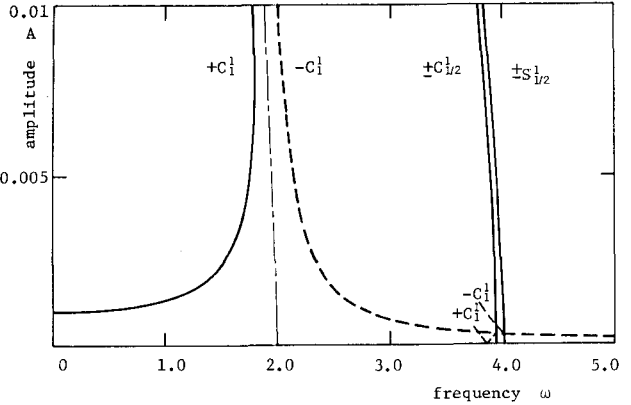


図-3 水平ケーブルの $\frac{1}{2}$ 分数調波共振 ($\gamma=0.026, k=30$)

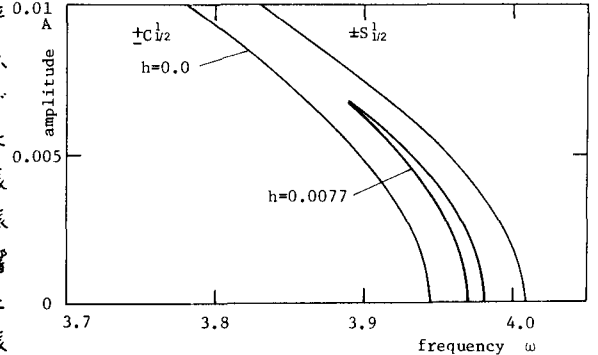


図-4 減衰系の $\frac{1}{2}$ 分数調波共振 ($\gamma=0.026, k=30$)

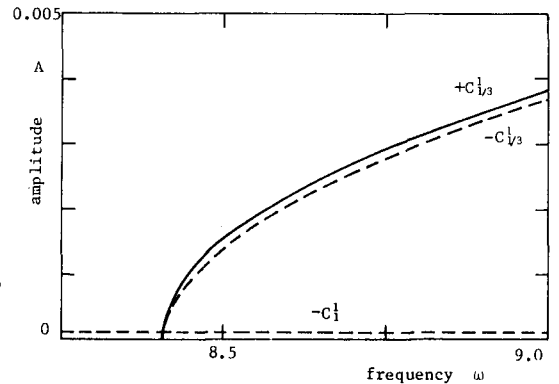


図-5 水平ケーブルの $\frac{1}{3}$ 分数調波共振 ($\gamma=0.1, k=30$)

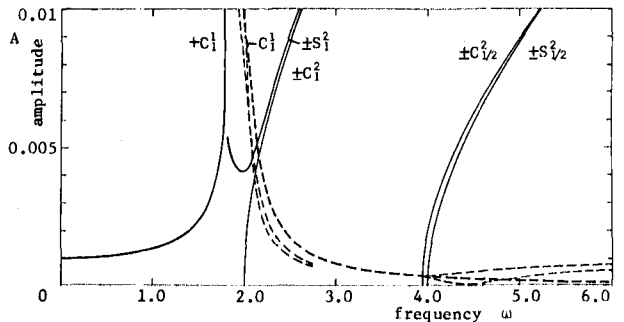


図-6 水平ケーブルの面内対称加振による逆対称分岐応答 ($\gamma=0.026$)