

国士館大学 工学部 正 菊田征勇
東京電機大学 理工学部 正 松井邦人

1. はじめに 地震波は種々の振動数の波から構成されている。筆者等は過去に動的過程を考慮した構造物の最適化に関するアルゴリズムを提示し、数々の例題を通してそのアルゴリズムの有効性を検証してきた¹⁾。そのアルゴリズムを用い、外力の振動数や地盤の加速度振動数を変えて構造物の最適化を行い、振動数が構造物の最適な材料配分に及ぼす影響を調べてきた^{2),3)}。しかしある振動数の下で最適化された構造物は、振動数が異なると応力や変位の制約条件を満足せず、従って最適構造とは成り得ないことがある。本研究では振動数の変動領域を想定し、その変動領域で振動数が変わることを許した最適化の1アルゴリズムを提案する。

2. 最適化問題の定式化 加速度振動数の変動を考慮した構造物の最適化問題は次のように定式化される。

$$\text{目的関数 } \phi_i(b) \rightarrow \min \quad (1)$$

$$\text{運動方程式 } M(b)\ddot{z} + C(b)\dot{z} + K(b)z = M(b)r \sin \omega t \quad (2)$$

$$z(0) = 0 \quad (3), \quad \dot{z}(0) = 0 \quad (4)$$

$$\text{制約条件 } \max_{\alpha \in A, t \in (0, T)} \eta_i(b, z(t), \alpha) \leq 0 \quad (5)$$

$$(i=1, 2, 3, \dots, S1)$$

$$\eta_i(b) \leq 0 \quad (i=S1+1, S1+2, \dots, S2) \quad (6)$$

$$A = \{\alpha \mid g_k(\alpha) \leq 0 \quad (k=1, 2)\} \quad (7)$$

$b = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$: 設計変数ベクトル, $z = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$: 状態変数ベクトル, $M(b)$: $n \times n$ 質量マトリックス, $C(b)$: $n \times n$ 減衰マトリックス, $K(b)$: $n \times n$ 剛性マトリックス, r : 加速振幅ベクトルである。また、式(1)は構造物の重量を、式(5)は応力・座屈・変位に関する制約式を、式(6)は設計変数の上限・下限を示す制約式を、また式(7)は振動数の変動領域に関する制約式を、それぞれ示すものである。

上記の最適化問題を解くにあたり、まず式(2)~(4)で与えられる運動方程式を解く必要がある。この解を

$$z = \sum_{i=1}^N y_i p_i(t) \quad (8)$$

で示す。ただし y_i は基準関数, $p_i(t)$ は基準座標である。式(2)~(4)および(8)を用い、直交性を考慮

すると、

$$\ddot{p}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{p}_i + \omega_i^2 p_i = \frac{g_i}{m_i} \sin \omega t \quad (9)$$

$$p_i(0) = 0 \quad (10), \quad \dot{p}_i(0) = 0 \quad (11)$$

ただし、

$$y_i^T M y_j = \begin{cases} m_i, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (12)$$

$$y_i^T C y_j = \begin{cases} C_i, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (13)$$

$$y_i^T K y_j = \begin{cases} k_i, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (14)$$

$k_i = m_i \omega_i^2$, $C_i = 2\zeta_i \omega_i m_i$, $g_i = -y_i^T M r$
式(9)の定常状態での解は次式で示される。

$$p_i(t) = -\frac{2\zeta_i \omega_i \alpha}{\{(\omega_i^2 - \alpha^2)^2 + 4\zeta_i^2 \omega_i^2 \alpha^2\}} \cdot \frac{g_i}{m_i} \cos \omega t$$

$$+ \frac{(\omega_i^2 - \alpha^2)}{\{(\omega_i^2 - \alpha^2)^2 + 4\zeta_i^2 \omega_i^2 \alpha^2\}} \cdot \frac{g_i}{m_i} \sin \omega t \quad (15)$$

z の要素 z_j は、式(8)および(15)より、

$$z_j = C_j \sin(\omega t + \beta) \quad (16)$$

$$C_j^2 = \left(\sum_{i=1}^N y_{ji} A_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^N y_{ji} B_i \right)^2 \quad (17)$$

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{\sum_{i=1}^N y_{ji} A_i}{\sum_{i=1}^N y_{ji} B_i} \right) \quad (18)$$

$$A_i = -\frac{2\zeta_i \omega_i \alpha}{\{(\omega_i^2 - \alpha^2)^2 + 4\zeta_i^2 \omega_i^2 \alpha^2\}} \cdot \frac{g_i}{m_i} \quad (19)$$

$$B_i = \frac{(\omega_i^2 - \alpha^2)}{\{(\omega_i^2 - \alpha^2)^2 + 4\zeta_i^2 \omega_i^2 \alpha^2\}} \cdot \frac{g_i}{m_i} \quad (20)$$

となる。

また式(5)は、式(16)~(20)を用いると一般に

$$\eta_i = D_i(\alpha, \omega_j) \sin(\omega t + \beta) \quad (21)$$

と表わされる。従って、 α の変動領域式(7)を考慮して $D_i(\alpha, \omega_j)$ を最大とする α を求めればよい。 α の値は各変位・各部位応力によって異なっている。 α が求まると、式(5)を次のように変換する。

$$\Phi_i = \int_0^T f_i(b, z) dt \leq 0 \quad (i=1, 2, \dots, S1) \quad (22)$$

$$\text{ただし } f_i(b, z) = \begin{cases} \eta_i(b, z) & \text{if } \eta_i > 0 \\ 0 & \text{if } \eta_i \leq 0 \end{cases} \quad (23)$$

3. 感度解析 設計変数 b が δb だけ変化するとき、 z も δz だけ変化する。式(2)~(4)より

$$M\delta z + C\delta z + K\delta z = -\{(M\dot{z})_{,b} + (C\dot{z})_{,b} + (K\dot{z})_{,b} + (M\ddot{r})_{,b} \sin \omega_i t\} \delta b \quad (24)$$

$$\delta z(0) = 0 \quad (25), \quad \dot{\delta z}(0) = 0 \quad (26)$$

式(24)~(26)を解くと

$$\delta z = \sum_{i=1}^N y_i \delta p_i(t) \quad (27)$$

ただし、

$$\delta p_i(t) = E_i(t) \delta b \quad (28)$$

$$E_i(t) = -\frac{1}{m_i \omega_i} \int_0^t y_i^T \{ (M\dot{z})_{,b} + (C\dot{z})_{,b} + (K\dot{z})_{,b} + (M\ddot{r})_{,b} \sin \omega_i \tau \} e^{-\xi_i(t-\tau)} \sin \omega_i(t-\tau) d\tau \quad (29)$$

式(27), (28)より b が δb だけ変化するときの z の変化量 δz が求まる。

4. 変換された最適化問題 以上示したことを整理すると次のようになる。

$$\text{minimize } \delta \phi_0 = \phi_{0,b} \delta b \quad (30)$$

subject to

$$\left[\int_0^T (h_{i,b} + h_{i,z} y_i E_i) dt \right] \delta b - \Delta \phi_i \leq 0 \quad (31)$$

$$\eta_{i,b} \delta b - \Delta \eta_i \leq 0 \quad (32)$$

$$\delta b^T W \delta b - \xi^2 \leq 0 \quad (33)$$

式(31), (32)は、制約条件式(5), (6)の中で、条件を満足していない式のみから成っており、 $\Delta \phi_i, \Delta \eta_i$ は条件を満足させるための修正量である。式(33)は、 δb が十分小さいための必要条件であり、従って ξ^2 は小さな正数である。これから先の計算手法については既に文献³⁾で述べている。

5. 振動数が異なると制約条件を満足しない具体例

Fig. 1に示すようなトラス構造物に地盤振動加速度

$\ddot{v}_0 = 300 \sin 2\pi f t$ gal を作用させて、応力・座屈制約および部材断面の上限・下限の制約による最小重量設計を行った時の Optimum Weight を Fig. 2 に示す。構造減衰 0.05 において、Optimum Weight が最大となる $f = 3.00$ Hz の時の断面を用いた場合の部材 1 の応力応答を Fig. 3 に示す。水平震度 0.3 の震度法による応力および $f = 3.00$ Hz の応力応答は、いずれも許容応力 1400 kgf/cm^2 に収まっているが、 $f = 3.50$ Hz の応力応答はかなり大きな violation を生じている。この例でみるように、最大断面を用いても振動数が異なると violation を生じ、制約条件を満足しないことがある。(参考文献) 1) 菊田, 松井, 新延, 構造物の動的応答を考慮した最適化問題, 国土館工学部紀要, 第14号, 1981年, pp. 68-77. 2) K. Matsui, Y. Kikuta, Y. Niinobe, and K. Yamamoto, Effects on Structures Due to Change in External Load Frequency, Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 31, 1981, pp. 343-350. 3) 菊田, 松井, 新延, 地盤振動加速度を受ける構造物の最適設計, 国土館工学部計算機とシミュレーション, 第3号, 1982年, pp. 1-20.

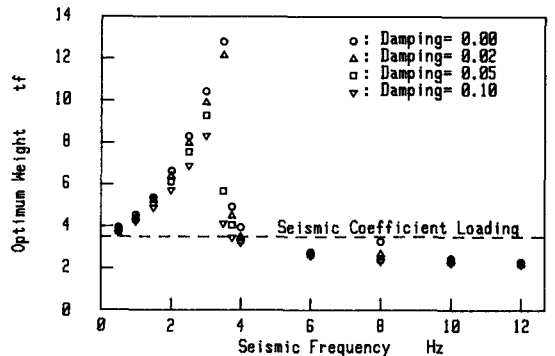


Fig. 2 Optimum Weight in Relation to Seismic Frequency

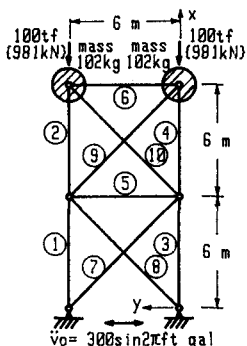


Fig. 1 18 Member Truss

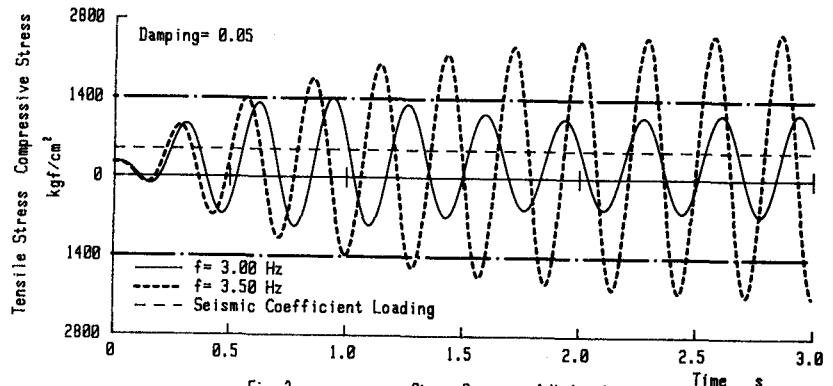


Fig. 3

Stress Response of Member 1