

1. まえがき

構造物が長大化し複雑になると変数・制約条件式共にその数が増えるが, Suboptimization によれば, その場合でも容易に最適設計が可能であり, 単純トラスの応力制限が支配的な場合について, 目的関数には全工場製作費を考慮した場合の最適設計を行った結果については先に発表した^{1), 2)} しかし変位制約が支配的な場合については, 断面寸法の変化が, 各部材の変形に影響し, その変形による全体の変位に対する各部材の変位の配分が変化するため, 最適断面の近似値しか求まらない。そこで全体構造について, 最適性基準を用いて³⁾, 変位制約がある場合の各部材の最適断面積を求め, その後に Suboptimization により最適値を求めた。本論文では最適性基準を用いて, 変位制約がある場合の各部材の最適設計を行った結果と, SLP 法により最適設計を行った場合の比較について述べる。

2. 最適性基準による最適設計手法

変位制約の等式制約条件がある場合の Lagrange 関数は

$$\bar{W} = (W_0 + \sum_{i=m+1}^n A_i L_i p_i) + \lambda \left(\sum_{i=m+1}^n \frac{F_i^P F_i^Q L_i}{A_i} + T_0 - T^* \right) \quad (1)$$

となる。ここに

T : 仮想仕事, T^* : 仮想荷重系 Q による仮想仕事量の許容値,
 T_0 : 受動部材要素成分(断面積 A_i を変化させる必要のない部材要素)の仮想仕事, n : 部材要素数, m : 受動部材要素数,
 F_i^P : i 部材の外部荷重系 P による内力, F_i^Q : i 部材の仮想荷重系 Q による内力, A_i , E_i : i 部材の断面積及びヤング係数,
 L_i : i 部材の部材長, p_i : i 部材の材料密度, λ : Lagrange 乗数, W_0 : 受動部材要素グループの重量 とする。

そこで, この Lagrange 関数の最小化を考えればよい。

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial A_j} = 0 = L_j p_j - \lambda \frac{F_j^P F_j^Q L_j}{A_j^2 E_j} + \lambda \sum_{i=m+1}^n \left(\frac{\partial F_i^P}{\partial A_j} F_i^Q + \frac{\partial F_i^Q}{\partial A_j} F_i^P \right) \frac{L_i}{A_i E_i} \quad (2)$$

より決定される。静定の場合は $\sum$ の項は 0 である。故に

$$0 = L_j p_j - \lambda \frac{F_j^P F_j^Q L_j}{A_j^2 E_j} \quad (3)$$

$$A_j = \sqrt{\lambda \frac{F_j^P F_j^Q L_j}{E_j p_j}} \quad (4), \quad \lambda = \frac{T_0 + \sum_{i=m+1}^n \frac{F_i^P F_i^Q L_i}{A_i E_i}}{T^* - T_0}$$

---(5) に代入して整理すると

$$\sqrt{\lambda} = \frac{1}{(T^* - T_0)} \sum_{i=m+1}^n L_i \sqrt{\frac{F_i^P F_i^Q p_i}{E_i}} \quad (6)$$

(6) を (4) に代入すると

$$A_j = \frac{1}{(T^* - T_0)} \sum_{i=m+1}^n L_i \sqrt{\frac{F_i^P F_i^Q p_i}{E_i}} \cdot \sqrt{\frac{F_j^P F_j^Q L_j}{E_j p_j}} \quad (7)$$

不静定の場合は繰り返し使用が必要な(7)式を変形して, ステップ 7, 8, 9

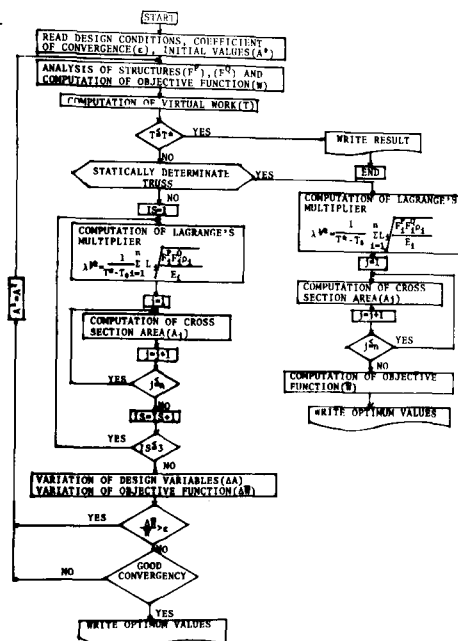


Fig.1 Flow Chart of Optimum Design

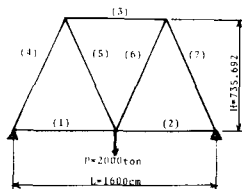


Fig.2 Notation for Warren Truss

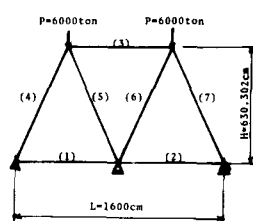


Fig.3 Notation for Continuous Truss

Table 1 Optimum Values of Warren Truss-(a)

	initial value	optimum value
A(1)	1000.0000	898.4991
A(2)	1000.0000	898.4991
A(3)	1000.0000	1796.9980
A(4)	1500.0000	1881.0130
A(5)	1500.0000	1881.0130
A(6)	1500.0000	1881.0130
A(7)	1500.0000	1881.0130
W	30272.52	12365.04

の関係として次式により求める。 σ_j^p, σ_j^q は F_j^p, F_j^q を応力で示したものである。 Table 2 Optimum Values of Warren Truss-(b)

$$A_j^{k+1} = \frac{1}{(T_k - T_0) \sum_{i=1}^n (A_i L_i P_i)} \sqrt{\frac{(\sigma_i^p \sigma_i^q)^k}{E_i P_i}} \cdot A_j^k \sqrt{\frac{(\sigma_j^p \sigma_j^q)^k}{E_j P_j}} \text{-----}(8),$$

(7), (8)式を変位制約のある最小重量設計において,変数 A_j が満たすべき基準値を示している。一般には $m=0$ である。本論文で用いた手法の流れ図を。

	initial value	optimum value
A(1)	800.0000	898.4991
A(2)	800.0000	898.4991
A(3)	1700.0000	1796.9980
A(4)	1800.0000	1881.0130
A(5)	1800.0000	1881.0130
A(6)	1800.0000	1881.0130
A(7)	1800.0000	1881.0130
W	16091.94	17365.04

Fig. 1に示す。

3. 最適設計例

本研究で述べた手法による最適設計例として,静定構造物としては Fig. 2 に示す単純ワーレントラス橋, 不静定構造物としては Fig. 3 に示す2径間連続ワーレントラス橋についての最適設計を行った。支間, トラス高, 荷重は図に示通りである。又変位制約は単純ワーレントラス橋は支間中央下弦材格点で下向に 0.8 cm とし, 連続ワーレントラス橋は上弦材両端格点で下向にそれぞれ 1.5 cm とする。設計変数は部材断面積とし, 重量最小設計とした。Table 1, 2 に単純ワーレントラス

IS	0	1	2	3
A(1)	1000.0000	1188.0230	1188.0230	1188.0230
A(2)	1000.0000	1188.0230	1188.0230	1188.0230
A(3)	1000.0000	375.1549	375.1549	375.1549
A(4)	1500.0000	2217.3290	2217.1850	2217.1850
A(5)	1500.0000	2917.3290	2917.3290	2917.3290
A(6)	1500.0000	2917.3290	2917.3290	2917.3290
A(7)	1500.0000	2217.1850	2217.1850	2217.1850
W	54855.53	12992.97	12992.97	12992.97

Table 4 Situation of Convergency of Continuous Truss-(b)

IS	0	1	2	3
A(1)	1200.0000	1181.4610	1181.4610	1181.4610
A(2)	1200.0000	1181.4610	1181.4610	1181.4610
A(3)	400.0000	388.2794	388.2794	388.2794
A(4)	2200.0000	2204.9380	2204.9380	2204.9380
A(5)	2900.0000	2929.5760	2929.5760	2929.5760
A(6)	2900.0000	2929.5760	2929.5760	2929.5760
A(7)	2200.0000	2204.9380	2204.9380	2204.9380
W	12999.75	12921.20	12921.20	12921.20

Table 5 Comparison of Optimum Values

	present technique B	SLP method C	Ratio +B/C×100
A(1)	898.4991	1169.6100	76.82040
A(2)	898.4991	1169.6100	76.82040
A(3)	1796.9980	1869.7232	96.11037
A(4)	1881.0130	1913.8250	98.28552
A(5)	1881.0130	1733.3544	108.51866
A(6)	1881.0130	1733.3544	108.51866
A(7)	1881.0130	1913.8250	98.28552

について, 初期値を変えて最適設計を行った結果を示す。之によると初期値を変えても同じ結果に収束している。Table 3, 4 に連続ワーレントラスについて初期値を変えて最適設計を行った場合の収束状況と結果を示す。ここに IS は繰り返し回数である。之によると3回で収束し, 収束状況は良好である。初期値を変えてもほとんど同じ結果に収束している。次に本手法の妥当性を検討するために Fig. 2 に示す単純ワーレントラスについて, SLP法を用いて, 応力制限, ねじみ制限(支間中央で 0.8 cm), 座底防止の細長比制限, 局部座底防止の部材の板幅に対する板厚制限, 各変数の上下限制限の制約条件式のもとに, 目的関数には鋼材費・工場製作費を考慮し, 設計変数には板厚, コード幅, コード高, トラス高等のすべての断面寸法を採用した。本研究の手法による最適設計結果と, SLP法による最適設計結果, SLP法による最適断面積に対する本手法による最適断面積の比率(%)を Table 5に示す。Table 5によると本手法とSLP法による手法の最適断面を比較した場合, 変数A(3)~A(7)についてはあまり大きい差はなく10%以下の違いである。之はSLP法が費用最小としているのに対して, 本手法は最小重量設計であるためである。下弦材の断面積である変数A(1), A(2)は目的関数の違いと, SLP法の場合板厚と板幅比の制限, コード幅, コード高さの上限値に制約されたためのもっとも最適値になって居ないためである。

4. 結論

本手法によれば, 変数の初期値が異なっても同じ値に収束している所から, 全体的最適解が得られたものと思はれる。目的関数として費用を考慮し, 制約条件式としてすべての制限を考慮したSLP法と比較するとやや誤差が大きい加, 変位制約のみを考慮した最小重量設計であれば最適部材断面積を効率的に求めることが出来るので, 本手法により各部材の最適断面積を求め, その後SLP法を用いたSuboptimizationにより, 最適値を求めることによって, 長大で複雑な構造物も効率的に最適値を求めることが可能である。

参考文献: 1)小西保則: Suboptimization によるトラスの最適設計, 土木学会昭和64年度西部支部研究発表会講演集, PP17~18, 1980年。2)小西保則: Suboptimization によるトラスの最適設計(カZ報), 土木学会, カ35回年次学術講演会概要集I, PP691~692, 1980年。3)R. H. ヒュルガー O. C. ツァンキ, P. イッツ共編, 川井忠彦・久川幸人訳: 最適構造設計, 基礎と応用, PP31~45, 培風館, 1977年。