

防衛大学校土木工学教室 正会員 石川信隆

三原徹治

学生員 香月 智

1. 緒言 従来の骨組構造の最適設計に関する研究では、通常の使用荷重レベル(使用時)における制約を考慮したいわゆる最適弾性設計と、構造物が終局荷重レベル(終局時)以前で塑性崩壊しないように最適断面配分を決定するいわゆる最適塑性設計がそれぞれ別個に行なわれてきた。

本研究は、この使用時(弾性時)と終局時(塑性時)の制約を同時に考慮した最小重量設計法の開発を試みたものである。従来、この分野の研究としては僅かにGrierson¹⁾の研究があるが、この方法では極限解析の運動的定理(Kinematic theorem)を用いているため、設計が常に危険側になる恐れがあり、また崩壊荷重係数 α の近似の程度があまり良くないこと、さらに手法がかなり複雑であるという難点がある。本報告は、上記の研究²⁾とは観点と手法を異にし、(i)終局時の制約に極限解析の静的定理(Static theorem)を用いて設計を常に安全側にする、(ii)目的関数および使用時と終局時の制約を設計変数の1次式として、問題全体を逐次線形計画法(SLP)として定式化する、(iii)設計手法をより簡易な形にして汎用性をもたせること、などに重点をおいた。なお、終局時の制約には剛塑性理論を用いる。

2. 基本式 (1)原問題の定式化 使用荷重レベルの応力制約と変位制約および終局荷重レベルの制約を同時に考慮した最小重量設計の基本式は式(1)のように定式化される³⁾。ここに式(1a)は m 要素からなる構造物の重量が最

既知数: $\rho, L_i, \sigma_k^u, \sigma_k^l, \delta_j^u, \delta_j^l, A_i^u, A_i^l, \alpha_0$ 未知数: A_i, α 目的関数: $V = \rho \sum_{i=1}^m A_i L_i \rightarrow \min.$ (1a)制約条件: $\sigma_k^l \leq \sigma_k \leq \sigma_k^u \quad (k=1,2,\dots,s)$ (1b) $\delta_j^l \leq \delta_j \leq \delta_j^u \quad (j=1,2,\dots,d)$ (1c) $\alpha_0 \leq \alpha$ (1d) $A_i^l \leq A_i \leq A_i^u \quad (i=1,2,\dots,m)$ (1e)

小となることを示し、式(1b)は s 個の使用荷重レベルでの応力制約を、式(1c)は d 個の使用荷重レベルでの変位制約を表わしている。また式(1d)は終局荷重レベルでの塑性崩壊荷重係数 α に関する制約を示し、塑性崩壊に対する所要の安全性を保証している。さらに式(1e)は m 個の要素寸法 A_i に関する工学的要求を保証した付帯条件を意味する。ただし、 $\sigma_k = \sigma_k^u$ は点の使用荷重レベルでの応力; $\delta_j = \delta_j^u$ は点の使用荷重レベルでの変位;

α = 塑性崩壊荷重係数; σ_k^u, σ_k^l = 応力制約の上下限値(引張・圧縮を考慮); δ_j^u, δ_j^l = 変位制約の上下限値(左右または上下方向を考慮); α_0 = 所要の安全性を保証する終局荷重係数; A_i^u, A_i^l = 要素寸法の上下限値; ρ = 単位体積重量。

(2)SLPによる定式化 さて文献1)では式(1b),(1c)の使用荷重レベルでの制約に対し、設計変数 A_i の逆数($x_i = 1/A_i$)で1次のテイラー展開を行ない、陽な線形近似式を得る。また式(1d)の終局荷重レベルでの制約には、運動的定理(Kinematic theorem)を用いて崩壊荷重係数 α と同じく x_i でテイラー展開して x_i の陽な線形制約の形にしている。しかし、目的関数が $\sum_{i=1}^m x_i$ となるため、結局はNLPのアルゴリズムを用いざるを得ず、また運動的定理を用いるため

既知数: $\rho, L_i, \sigma_k^u, \sigma_k^l, \delta_j^u, \delta_j^l, A_i^u, A_i^l, C_{il}, F_L, R_i, \bar{N}_i, \alpha_0$ 未知数: Q_i, A_i 目的関数: $V = \rho \sum_{i=1}^m A_i L_i \rightarrow \min.$ (2a)制約条件: $\sigma_k^l \leq \sigma_k^* + \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial \sigma_k}{\partial A_i} \right)^* (A_i - A_i^*) \leq \sigma_k^u \quad (k=1,2,\dots,s)$ (2b) $\delta_j^l \leq \delta_j^* + \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial \delta_j}{\partial A_i} \right)^* (A_i - A_i^*) \leq \delta_j^u \quad (j=1,2,\dots,d)$ (2c) $\alpha_0 \leq \sum_{i=1}^m (C_{il}/F_L) Q_i \quad (l=1,2,\dots,f)$ (2d) $\bar{N}_i^l Q_i \leq A_i R_i \quad (i=1,2,\dots,m)$ (2e) $A_i^l \leq A_i \leq A_i^u \quad (i=1,2,\dots,m)$ (2f)

に α_0 に対して危険側になっている。本研究では、終局時の制約に静的定理(Static theorem)を用いると設計を常に安全側にできることおよびLPでそのまま定式化できることに着目し、使用荷重レベルでの制約も1次式となるよう、式(1b),(1c)を通常的设计変数 A_i でテイラー展開して陽な線形近似を行なうこととした。この考え方に基づく、式(1)

は式(2)のようなSLPの問題として表わされる。式(6b),(2c)はそれぞれ式(1b),(1c)を設計変数 A_i で1次のテイラー展開によって近似したもので、肩字の*は前段階の既知の値を示している。式(2d)は終局荷重レベルでのつり合い式($\alpha F_i = \frac{P}{n} C_{ii}$)を式(1d)に代入したもので、式(2e)は線形化した降伏条件式を表わしている。ただし、 C_{ii} = i 要素の断面力ベクトル； C_{ij} =つり合い式 i における j 要素に関する係数ベクトル； F_i =つり合い式 i における作用外力荷重； N_i = i 要素の線形化降伏条件における外向き法線マトリックス； R_i = i 要素の塑性容量ベクトルを設計変数 A_i に無関係とした量。例えば棒要素では $R_i = [\sigma_t, \sigma_c]$ 、 σ_t =引張降伏応力、 σ_c =圧縮側の屈服応力。 $(\frac{\partial C_{ii}}{\partial A_i})^*$ =応力 C_{ii} の A_i に関する感度係数； $(\frac{\partial C_{ij}}{\partial A_i})^*$ =変位 δ_i の A_i に関する感度係数。よって式(2)はSLPを用いて解くことができる。

3. 計算例 1) 図-1に示す不静定トラスの最小重量設計を行なう。設計変数は断面積 A_i ($i=1, 2, \dots, 7$)で、用いた諸元は次のとおりである。 $P=100$ お、 $L=100$ cm、 $\alpha_0=1.7$ 、 $\sigma_t=2400$ kg/cm²、 $\sigma_c=6 \times 10^3$ kg/cm²、 $E=21 \times 10^4$ kg/cm²。図-2は(i)使用時に応力制約のみを考慮した場合、(ii)終局時の制約のみを考慮した場合および(iii)両者を同時に考慮した場合の最適断面配分と最小総断面積(部材長さ l_i がすべて一定ゆえ)をそれぞれ求め、比較検討したものである。(iii)の使用時と終局時を同時に考慮した場合には、(i),(ii)よりも各断面積が一般的にやや増加しており、総断面積は約10%増となっている。また図-3は上記の結果が得られたときの応力状態を照査したものである。次に使用時の応力制約に変位制約を付加した。すなわち、図-1に示す節点変位 u_i ($i=1, 2, \dots, 6$)を許容変位 $\delta_a = \frac{1}{100}$ または $\delta_a = \frac{1}{1000}$ 以内にするという条件を付け加えると、図-4に示すような結果が得られる。図-4は最適断面配分を示したもので、許容変位 $\delta_a = \infty$ は応力制約のみを表わす。 $\delta_a = \frac{1}{100}$ では全く変わらないが、 $\delta_a = \frac{1}{1000}$ になると部材1,2,3が大幅に増加し、総断面積で24%増となっている。また図-5は制約条件の効果を示したもので、 $\delta_a = \frac{1}{1000}$ のときは節点変位 u_1, u_6 がactiveになっており、その代りほとんどの応力制約がinactiveに変化してしま(図-2 最適断面配分(応力制約のみ考慮))うことが分る。

4. 結言 本研究は、使用時と終局時における2つの設計基準を同時に満たすような最小重量設計法を提示したもので、(i)2つの設計基準を同時に考慮すると、1つの場合よりもやや大きな重量(総断面積)を必要とし、(ii)変位制約が厳しい場合には、当然ながらさらに重量が増加することが認められた。なお、数値計算には田中孝昌氏の協力を得たことを付記し、謝意を表す。

参考文献 1) Grierson, D.E., & Shmit, L.A., Synthesis under Service and Ultimate Performance Constraints, Computers & Structures, Vol. 15, No. 4, pp. 405~417, 1982. 2) 長谷川, 阪上, 松浦, 最大荷重設計による骨組構造の最適化, 土木学会論文報告集, 第321号, pp. 29~36, 1982年5月。

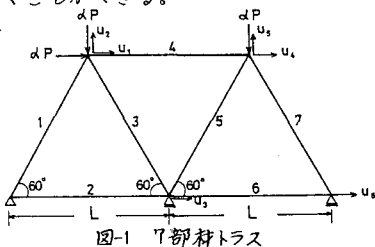


図-1 7部材トラス

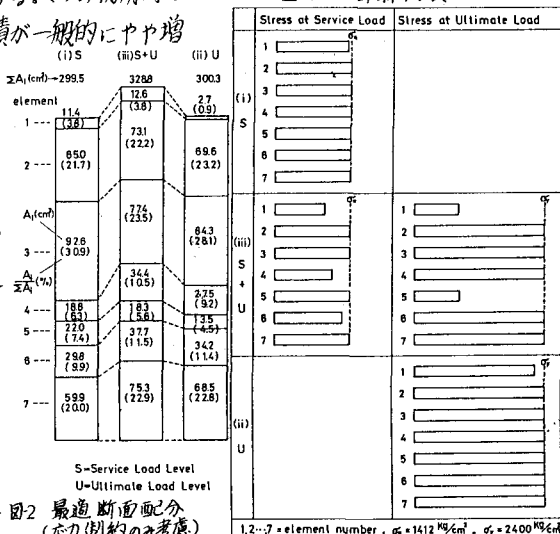


図-2 最適断面配分(応力制約のみ考慮)

図-3 応力照査

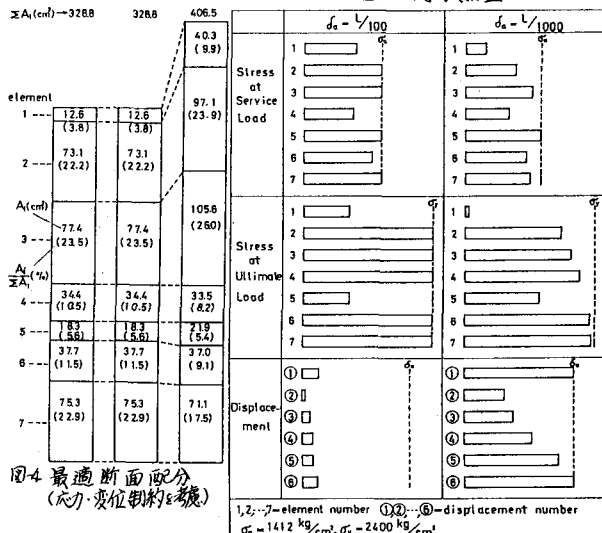


図-4 最適断面配分(応力・変位制約を考慮)

図-5 制約の効果