I-200　自動車交通流の配列に関する確率論的考察

綜合技術コンサルタント　正員　久保雅邦
Columbia 大学　正員　篠塚正宣

1. まえがき

自動車交通流における車線方向の車両配列モデルについては，ほとんどの研究が車頭間隔を指数分布とし，従って到着台数がポアソン過程であるとして論じている。ところが，現実の交通観測による実験的研究[(1),(2)]では，各車両の到着が独立であると仮定できる場合はむしろ少く，多くの場合車頭間隔を指数分布で表わすのは難しい。例えば，交通量の多い高速走行中の車両到着や渋滞時の車両配列を問題にする場合，車頭間隔の最頻値がゼロとなる指数分布で考えるのは不合理であろう。とりわけ，合理的な設計活荷重を設定する上で渋滞時車両配列の発生頻度を問題にする場合，従来の仮定では過酷な車両配列の発生頻度を過大評価すると考えられる。従来，しばしばポアソン過程が用いられている理由の一つに，数学的な表現の有利さが考えられるが，本研究では，車頭間隔を合理的に評価し，且つ到着台数に関しても有利な表現となる車両配列のモデル化について，従来の仮定と比較しながら確率論的に考察するものである。

確率密度関数

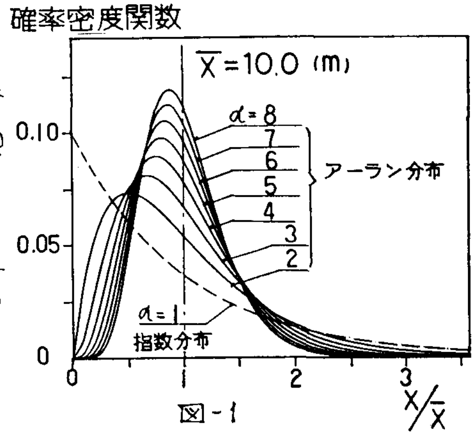

図-1

2. 配列に関する仮定

単一車線上で，全ての車両が等速度で走行する場合の静的な配列について考える。車種については考えない。車頭間隔の最頻値がゼロではないとする研究には，文献(2),(3)があり，ここでは近似的にポアソン分布を用いて車頭間隔を表わしている。これに対して，本研究では文献(1)～(3)の結果を参考にして，車頭間隔がアーラン分布に従うと仮定する。車線上単位長さあたりの平均台数を $\mu=\beta/\alpha$ とおくと，車頭間隔の確率密度関数 $f(x)$，と時間あるいは空間距離 $(0,L]$ に存在する台数（到着台数）N の確率関数 $P_N(n,L)$ が次式で与えられる。

$$f(x)=\frac{\beta\cdot(\beta x)^{\alpha-1}\cdot e^{-\beta x}}{\Gamma(\alpha)}\quad,(\ x\geqq 0\ ,\ \alpha=0,1,2,\cdots,\ \Gamma(\alpha):\text{ガンマ関数})\text{——}(1)$$

$$P_N(n.L)=\sum_{k=\alpha n}^{\alpha(n+1)-1}\frac{(\beta L)^k\cdot e^{-\beta L}}{k!}\quad,(\ n=0,1,2,\cdots,\ \sum_{n=0}^{\infty}P_N(n.L)=1\ )\text{——}(2)$$

$\alpha=1$ のとき(1)式が指数分布，(2)式がポアソン分布となるが，$\alpha\neq 1$ のとき(2)式はもはやポアソン分布ではない。

確率関数

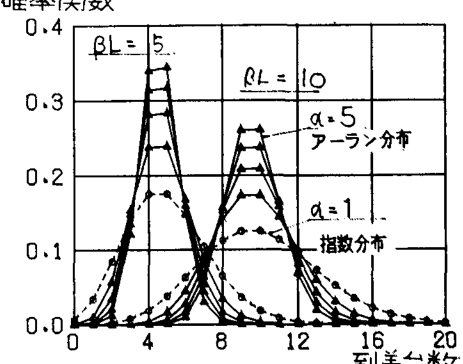

図-2

3. 確率論的考察

車頭間隔の平均値を等しくして $f(x)$ と $P_N(n,L)$ を検討すると，図-1,2となる。（$P_N(n,L)$ は階段関数であるが，便宜上連続関数として表記する，以下同様）破線が指数分布による仮定，実線がアーラン分布による仮定の結果を示す。文献(1)や車間距離の実測結果[(4)]から，渋滞時車頭間隔の変動係数を0.4～0.6として推定すると，アーラン分布の形状母数 $\alpha=3$～6 が得られる。到着台数の評価を超過確率によって行うと，図-3となり，車頭間隔の実態がアーラン分布に従うとして，これを指

数分布で仮定するならば，ほぼ平均台数を境界としてこれ以上の台数となる発生頻度を過大に評価することになり，逆にこれ以下については過少評価となる。母数αを大きく仮定する程，及び超過確率が小さい程分布関数の仮定の違いによる差が大きくなる(図-4)。このことは，例えば荷重列状態の発生頻度に基づく橋梁の安全性レベルを議論する上で，大きな課題であると思われる。一方，到着台数を(2)式で表わすとすれば，以後の議論の上で数学的な表現が多少困難であり，ここで尚且つ，到着台数をポアソン過程で表わす有利さを用いる為に"等価到着率" β_{eq}を提案する。即ち，到着台数の確率関数が(2)式で表わされるとして，このときの到着台数n台の超過確率に等しい超過確率を与えるポアソン過程の到着率をβ_{eq}と言う。ポアソン過程の到着台数とβLの関係は図-5のようであり，これよりβ_{eq}を求めると図-6となる。例えば，$\alpha=4$の場合に$G_N(n,L)=10^{-3}$に対して等価な超過確率を与えるポアソン過程によって車両配列をモデル化するならば，観測される平均到着率の約75%の到着率を用いれば良いということになる。($\beta L=10$の場合)

$$G_N(n,L)=\sum_{k=n}^{\infty} P_N(k,L) \qquad (3)$$

$$\sum_{k=n}^{\infty}\frac{(\beta_{eq}\cdot L)^k\cdot e^{-\beta_{eq}\cdot L}}{k!}=\sum_{m=n}^{\infty}\sum_{k=\alpha m}^{\alpha(m+1)-1}\frac{(\beta L)^k\cdot e^{-\beta L}}{k!} \qquad (4)$$

4. あとがき

本研究では，自動車交通流の車両配列においてもはや独立到着と仮定できない場合に対して，合理的なモデル化を行う方法について，主として配列状態の超過確率の点から考察を行った。その結果，ここに仮定したアーラン分布によって車頭間隔が近似されるとすれば，特に荷重列として問題とすべき過酷な配列状態の発生頻度の推定にあたって，従来の指数分布による評価では過大評価となることが分かった。とりわけ，渋滞時交通荷重の評価にあたって有用な結果であると思われる。今後さらに，自動車交通流の車両配列に関する観測データを得て，実際上の問題において考察を進める予定である。

《参考文献》 (1) M.Wohl, B.V.Martin, 加藤・山根訳，交通工学(下)，鹿島出版会，昭48.5 (2) 小堀・吉田，電子計算機による自動車交通流模型の作成について，金沢大工学部紀要 NO.3-3，昭39 (3) 中川，換算等分布荷重の確率論的考察，土木学会論文集 No.127，昭41.
(4) 中島・久保・明田・石田，高速道路における渋滞時の車間距離について，昭58年度土木学会関西支部年次講演概要

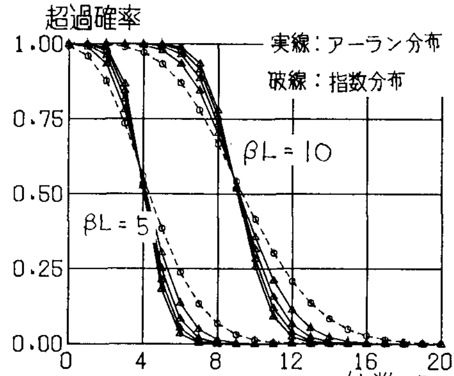

図-3

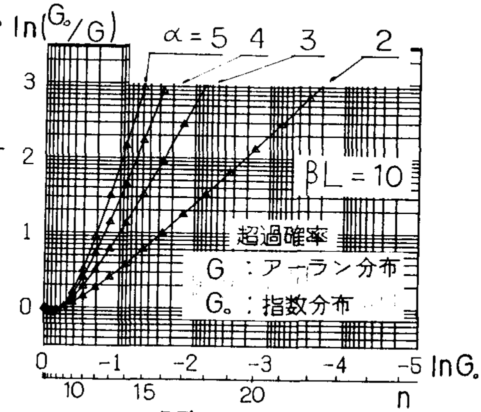

図-4

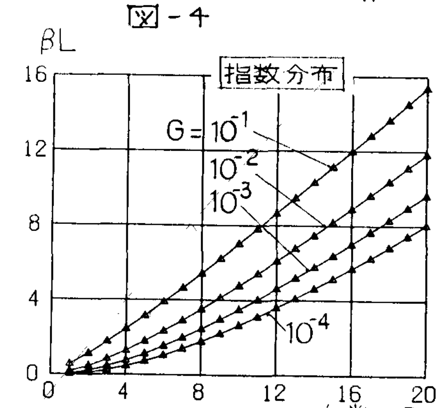

図-5

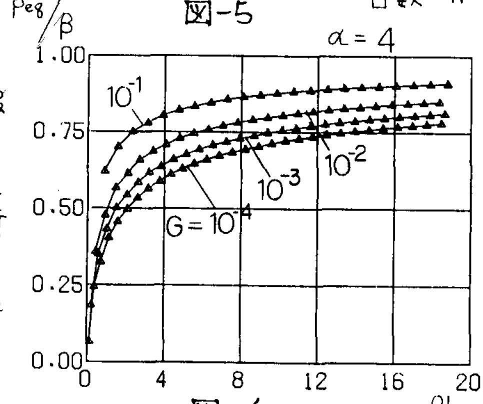

図-6