

岡山県

正員 大塚利弘

名古屋工業大学

正員 長谷部 宣男

1. まえがき 近年、構造物の高性能化、大規模化に伴い、これらの構造部分に起きる不均一温度場による問題は工学的に重要な問題となってきた。本報告はクラック等を有する任意形状の薄板の熱弾性解析の一解法を確立することを主目的とし、具体的に工学上重要と思われる表面き裂のある場合の解析を行なう。手法として分数式の和の写像関数および複素応力関数を用い、特にクラックを有する弾性体の温度場の乱れにより生じる熱応力、線形破壊力学で重要なパラメーターである応力拡大係数と温度場の関係等を考察する。

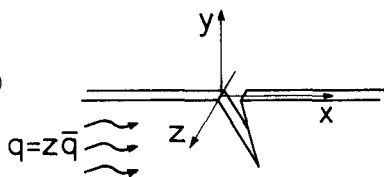


図-1 解析モデル

2. 解析方法 図-2に示すように半無限領域を写像面の単位円内部に写像する関数は分数式の和の形で次のように作ることができる[2]。

$$z = \omega(\zeta) = \frac{E_0}{1-\zeta} + \sum_{k=1}^n \frac{E_k}{\zeta_k - \zeta} + E_{-1} \quad (1)$$

ここに、 E_0, E_k は形状により決まる定数で、 ζ_k は単位円外の点、 E_{-1} は図形の位置に関する定数である。

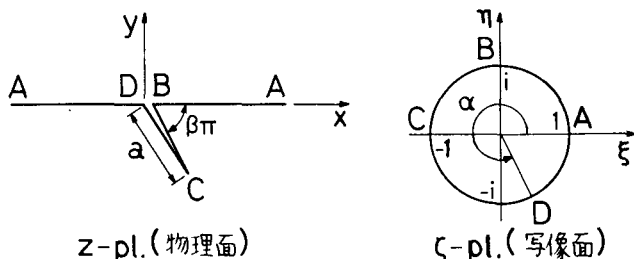


図-2 対象形状とその写像形

本報告では z 方向(板厚方向)の温度が直線的に変化する場合を考える。定常状態における中央面から z だけ離れた位置の温度は次の形で表わすことができる。

$$\Theta(x, y, z) = \Theta_0(x, y) + z \bar{\Theta}(x, y) \quad (2)$$

このとき、 $\Theta_0(x, y)$ は中央面の温度を表わし、 $\bar{\Theta}(x, y)$ は z 方向の温度勾配を表わす。 $\Theta_0(x, y)$ については平面熱応力の問題として処理できる[3]。よって、式(2)右辺のうち第2項のみを取扱い、熱源のない温度場を考えると、熱伝導の理論から $\bar{\Theta}(x, y)$ に対して $\nabla^2 \bar{\Theta} = 0$ が成立し、 $\bar{\Theta}$ は調和関数となる。

図-1のようにクラックを有する半無限板に一樣熱流が流れた場合、 $\bar{\Theta}$ は次のように求められる。

$$\bar{\Theta} = \frac{\bar{q}}{2k} \left[\frac{\bar{E}_0 - E_0}{2(1-\zeta)} + \frac{E_0 - \bar{E}_0}{2(1-\bar{\zeta})} \right] + \text{const.} \quad (3)$$

ここに、 $\bar{q}$ は熱流の板厚方向の勾配、 k は熱伝導率である。 z 方向の板のつりあいを考えると次のようなたわみ w に関する微分方程式が得られる。

$$\nabla^2 \nabla^2 w = -(1+\nu) \alpha \nabla^2 \bar{\Theta} \quad (4)$$

ここに、 ν はポアソン比、 α は熱膨張係数である。上式の特解を w_1 とおくと、複素応力関数 $\phi(\zeta)$ および $\bar{\psi}(\bar{\zeta})$ は一般に次式で表わされる。

$$-\frac{3+\nu}{1-\nu} \phi(\zeta) + \sum_{k=1}^n \frac{\bar{A}_k B_k}{\zeta_k - \zeta} + \text{const.} = -\frac{2}{2\pi i} \left(\frac{\partial w_1}{\partial \zeta} \frac{1}{w(\zeta)} \right) \bigg|_{\zeta=\sigma} \frac{d\sigma}{\sigma - \zeta} \quad (5)$$

$$\bar{\psi}(\bar{\zeta}) = -\frac{2}{2\pi i} \left(\frac{\partial w_1}{\partial \bar{\zeta}} \frac{1}{\bar{w}(\bar{\zeta})} \right) \bigg|_{\bar{\zeta}=\bar{\sigma}} \frac{d\bar{\sigma}}{\bar{\sigma} - \bar{\zeta}} - \frac{\bar{w}(1/\bar{\zeta})}{\bar{w}(\bar{\zeta})} \phi(\bar{\zeta}) + \sum_{k=1}^n \frac{A_k B_k \bar{\zeta}_k^2}{\bar{\zeta} - \bar{\zeta}_k} + \frac{3+\nu}{1-\nu} \bar{\phi}(\bar{\zeta}) \quad (6)$$

ここに、 $B_k = E_k / (\omega \sqrt{2})$, $\delta_k = 1/\sqrt{2}$, A_k は未定定数である。式(5)、式(6)中の $\phi(\delta)$ および $\psi(\delta)$ が求まれば応力成分は計算される。また、応力拡大係数を用いて x 軸上にあるクラック先端付近の断面力は次式によって表わされる[2]。

$$m_x + m_y = \frac{2}{\sqrt{2r}} \left(k_B \cos \frac{\theta}{2} - k_S \sin \frac{\theta}{2} \right),$$

$$m_y - m_x + 2im_{xy} = \frac{1}{2(1+\nu)\sqrt{2r}} \left[((7+\nu)k_B + i(5+3\nu)k_S) e^{-i\theta/2} + (1-\nu)(k_B - ik_S) e^{-5i\theta/2} \right]. \quad (7)$$

r はクラック先端からの距離、 θ は x 軸とのなす角である。

3. 解析結果および考察 図-3に $\beta\pi = 60^\circ$ に対する境界線上の温度勾配 θ の分布を示す。温度の基準としてクラック先端の温度を0とする。クラック付近では線形な分布を示しておらず、クラックの存在により熱流が乱された様子がうかがえる。特にクラック先端付近は他にくらべ変化の様子が急になっている。

図-4に $\beta\pi = 60^\circ$ に対する境界線上の縁曲げモーメント M_θ の分布を $\nu = 0.25$ について示す。 M_θ はB、D点で0になり、クラック先端に向かって増加するが途中から減少しはじめ、クラック先端の手前で0となり符号が反転している。また、クラックから遠ざかるにつれて0に近づいている。これは、クラックの存在による熱流の乱れの影響が徐々に減少するためと思われる。

図-5および図-6に次式で定義される無次元化した応力拡大係数とクラック角度の関係を $\nu = 0.0, 0.25, 0.5$ の場合について示す。

$$F_\theta + iF_s = 12 \frac{k_B + ik_S}{\sqrt{\pi} a^3} \cdot \frac{a}{\alpha \sqrt{E} a^3} \quad (8)$$

ここに、 a はクラック長、 a は板厚、 E はヤング係数である。対称モードの変形に対する F_θ 値は $\beta\pi = 0^\circ, 90^\circ$ で0となる。 $\beta\pi = 46^\circ \sim 47^\circ$ で最大値をとっている。また、ポアソン比 ν に関しては、 ν が大きくなるに従って F_θ 値は小さくなっている。すなわち、対称モードの変形に対してはポアソン比の小さい材料ほど危険であると言える。

逆対称モードの変形に対する F_s 値は $\beta\pi = 0^\circ$ で0、そして $\beta\pi$ が増すにつれて徐々に大きくなり、 $\beta\pi = 90^\circ$ で最大値をとっている。よってクラック角度が大きいほど危険なことがわかる。また、 ν の F_s 値への影響は小さい。

(参考文献)

- 1) Parcus, H.; Thermoelasticity, Blaisdell Pub., Waltham (1968)
- 2) N. Hasebe, S. Inohara; Ingenieur-Archiv 49 (1980)
- 3) 近藤伸行; クラックを有する弾性体の熱弾性解析, 名工大修士論文(1982)

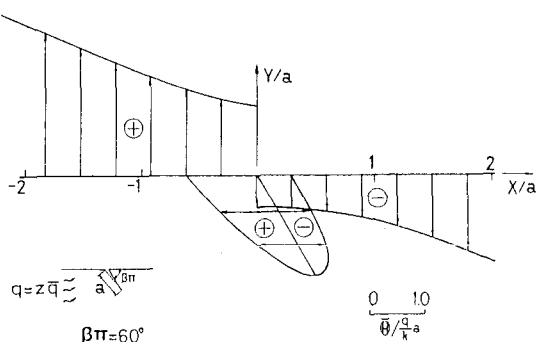


図-3 境界線上の温度勾配分布

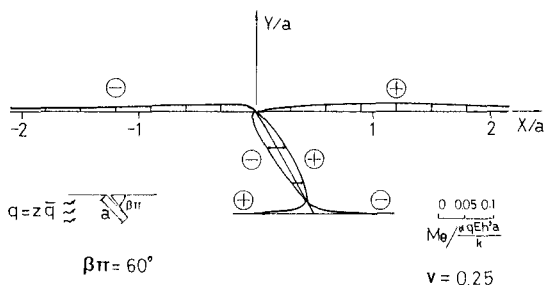


図-4 境界線上の縁曲げモーメント分布

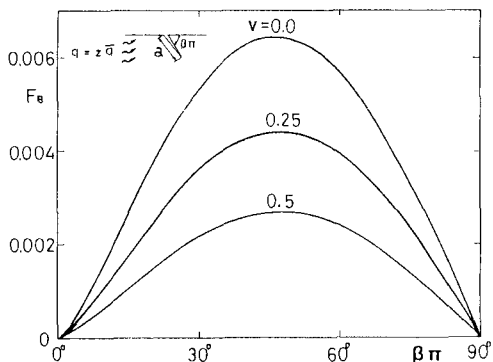


図-5 対称モードに対する応力拡大係数

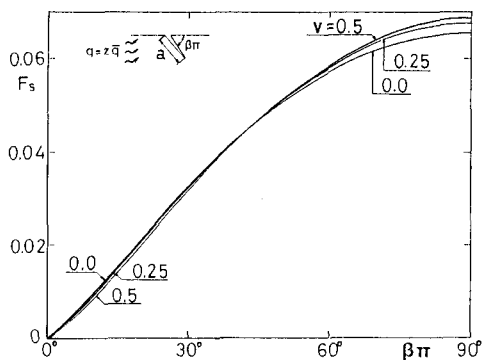


図-6 逆対称モードに対する応力拡大係数