

名古屋工業大学 学生員 ○ 竹内 貴司
名古屋工業大学 正員 長谷部宣男

1. まえがき

半無限板弾性体に線状剛体介在物を有する場合の応力解析を、平面弾性混合境界値問題として行なう。介在物の他、たとえば、半無限板に板が突き抜けているような構造物とも考えられる。剛体介在物のモデルは介在物の剛さ ∞ という一つの極限であり、その部分がクラックの場合は剛さゼロというもう一つの極限である。したがって、一般の応力状態はその中間に存在すると思われる。荷重としては無限遠での一様引張を考え、解法としては写像関数と複素応力関数を用いる。そして、応力分布・介在物先端の応力の特異性を示す値(これは、導いた剛体介在物先端の応力の強さを示す一つの指標となり、クラック先端の応力拡大係数に相当する。)を剛体介在物の角度、ポアソン比をパラメータとして求める。本報告では、線状剛体介在物が剛体回転をする場合の解析をする。

2. 解法

図-1に示すような物理領域(Z -Pl.)を単位円内(ζ -Pl.)に写像する関数を分数式の和の形で表わし、複素応力関数を用いて解析する。

境界条件として、図-2に示すA条件、B条件を考え、それらを重ね合わせて目的の解を得る。ここでA条件は無限遠で一様引張を受け、介在物の回転を許さない場合であり、B条件は回転角 ε を与えた場合である。(A条件は中部支部研究発表会/1983.2で発表済) A条件とB条件を、剛体介在物表面上の合モーメント R_m がゼロになるように重ね合わせると、無限遠で一様引張荷重を受け、剛体介在物の回転を許す境界条件になる。介在物部分の合モーメントをそれぞれ、 PR_{mA} , GER_{mB} とすると、重ね合わせた合モーメント R_m は次式で表わされる。

$$R_m(P, \varepsilon) = PR_{mA} + GER_{mB} = 0 \quad (1)$$

式(1)より、B条件の回転角は $\varepsilon = -PR_{mA}/GER_{mB}$ となる。それぞれの条件の複素応力関数を $P\varphi_A, P\psi_A, G\varphi_B, G\psi_B$ とすると、求める複素応力関数 φ, ψ は次式になる。

$$\varphi = P\varphi_A + G\varphi_B \quad \psi = P\psi_A + G\psi_B \quad (2)$$

3. 解析結果

図-4に $K=2$ (ポアソン比が平面ひずみで $1/4$, 平面応力で $1/3$) $\theta=60^\circ, 90^\circ$ の応力分布を示す。剛境界のBCD上では、 $\sigma_\theta/\sigma_r = (3-K)/(1+K)$ の関係がある。変位拘束端のB点、D点、及び介在物先端のC点で急激な応力集中が起きており、その他のBCD上では $\theta=60^\circ$ の場合、 $\sigma_r/P \approx 0.75$, $\theta=90^\circ$ の場合、 $\sigma_r/P \approx 0.94$ でほとんど一定している。自由境界のAB, DA上では、 $\sigma_r = \tau_{r\theta} = 0$

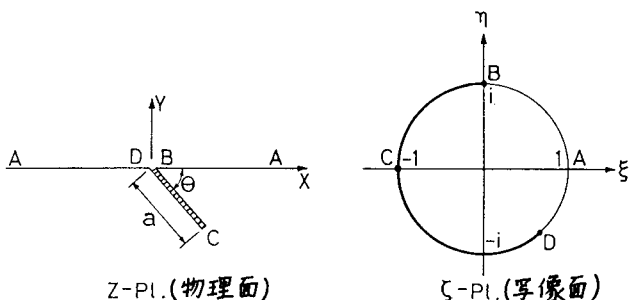


図-1 物理領域と単位円

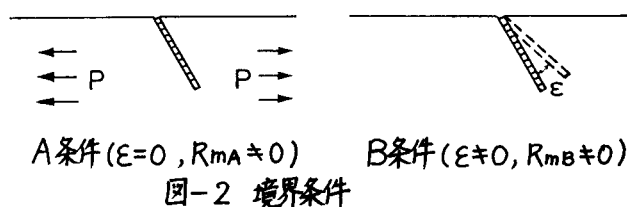


図-2 境界条件

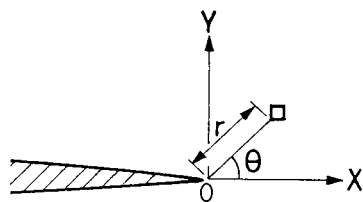


図-3 剛体介在物先端近傍

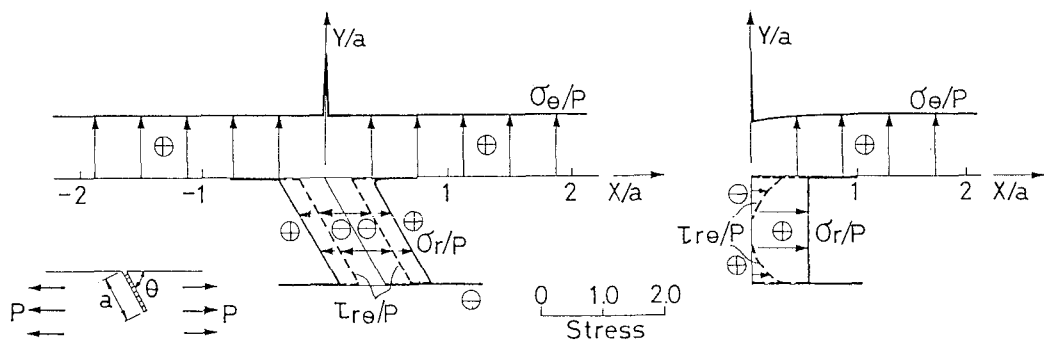


図-4 応力分布 ($K=2$, $\theta=60^\circ$ [左] $\theta=90^\circ$ [右])

であり、 σ_y/P はB点、D点を除いてほとんど1である。図-3のように、 x 軸上に存在する剛体介在物先端近傍の応力成分 σ_x , σ_y , τ_{xy} は次式で表わされる。

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{K_{Iir}}{\sqrt{2\pi r}} \left[(\kappa+3)\cos\frac{\theta}{2} - \sin\theta\sin\frac{3\theta}{2} \right] - \frac{K_{IIir}}{\sqrt{2\pi r}} \left[(3-\kappa)\sin\frac{\theta}{2} + \sin\theta\cos\frac{3\theta}{2} \right] \\ \sigma_y &= -\frac{K_{Iir}}{\sqrt{2\pi r}} \left[(\kappa-1)\cos\frac{\theta}{2} - \sin\theta\sin\frac{3\theta}{2} \right] - \frac{K_{IIir}}{\sqrt{2\pi r}} \left[(\kappa+1)\sin\frac{\theta}{2} - \sin\theta\cos\frac{3\theta}{2} \right] \\ \tau_{xy} &= \frac{K_{Iir}}{\sqrt{2\pi r}} \left[(\kappa+1)\sin\frac{\theta}{2} + \sin\theta\cos\frac{3\theta}{2} \right] - \frac{K_{IIir}}{\sqrt{2\pi r}} \left[(\kappa-1)\cos\frac{\theta}{2} + \sin\theta\sin\frac{3\theta}{2} \right]\end{aligned}$$

(3)

K_{Iir} , K_{IIir} は、クラックの応力拡大係数に相当する。次式のように無次元化した値を図-5, 図-6に示す。

$$F_{Ir} + iF_{IIr} = \frac{K_{Iir} + iK_{IIir}}{P/\pi a} \quad (4)$$

ここに、 P は一様引張強度、 a は介在物の長さである。 F_{Ir} (モードI)は、 $\theta=35^\circ$ 付近で異なる K に対して同一な値を持ち、その角度を境にして大小関係が反転している。 F_{Ir} が正の場合は、介在物先端近傍で y 方向にき裂が発生・進展するような応力が発生している。 F_{Ir} が負の場合は、 x 方向にき裂が発生・進展するような応力が発生している。 F_{IIr} (モードII)は、 $K=2, 3$ に対して、 $\theta=45^\circ$ から 90° でほとんどゼロであり、 $\theta=45^\circ$ から 0° に向か、て負の方向に大きくなっている。 $K=1$ に対しては、 $\theta=45^\circ$ から 90° で負の値になり、 $\theta=45^\circ$ から 0° に向か、て正の値になっている。

<参考文献>

1) Hasebe, N. ; An edge crack in a semi-infinite plate welded to a rigid stiffener, JSCE No.314, Oct. 1981

2) 竹内貴司, 長谷部宣男 ; 中部支部研究発表会講演概要集 PP. 46-47. 1983

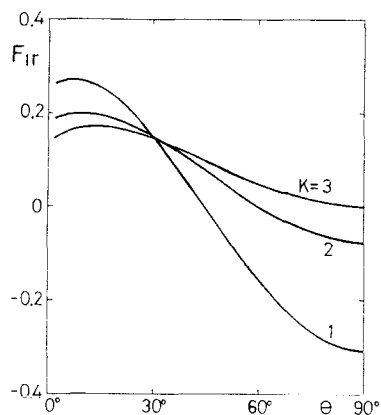


図-5 介在物先端の応力の特性性(モードI)

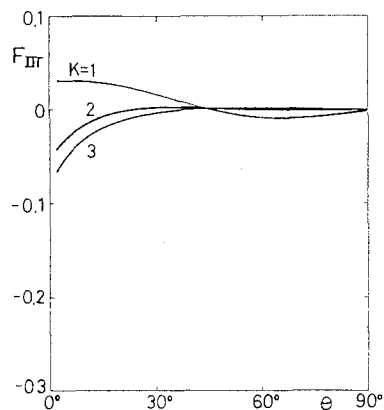


図-6 介在物先端の応力の特性性(モードII)