

(株)栗本鉄工所 正会員 本田 利幸
 関西大学工学部 正会員 米沢 博
 関西大学工学部 正会員 菅垣 正博

1. まえがき 近年、初期不整を有する一樣断面の圧縮板および圧縮補剛板の幾何学的・材料的非線形解析が比較的よく行われるようになってきた。一方、断面の変化する補剛板の座屈や耐力に関する研究はほとんどなされていない。先に、筆者らは断面の変化する圧縮補剛板をそれと等価な直交異方性連続板に置換し、非弾性座屈解析¹⁾や初期変形を考慮した弾性有限変位解析²⁾を行い、一樣断面の補剛板との変形挙動や強度の相違を明らかにした。ここでは、これらの理論解析に引き続いて、縦方向に補剛されかつ任意位置で断面の変化する補剛板が初期たわみを有し、面内に圧縮力を受ける場合の弾塑性有限変位解析を実施したので報告する。数値計算結果から、曲げ剛度、断面の急変位置、初期たわみなどと補剛板の変形挙動や耐力との関係を調べるとともに、一樣断面の補剛板との比較を行う。

2. 弾塑性有限変位解析理論 Fig. 1 に示すような \$x\$ 方向に補剛され、かつ任意の位置 \$a_i\$ で断面の急変する補剛板が初期たわみを有し、\$x\$ 方向に圧縮される場合を考える。以下に示す仮定のもとで解析する。すなわち、1) Kirchhoff-Love の仮定。
 2) 断面の急変する補剛板をそれと等価な直交異方性変剛板に置換する。
 3) 初期たわみのみを扱い、残留応力は考慮しない。
 4) \$x\$ 方向に補剛され、その方向に圧縮されることを勘案し、主板および補剛材部分とも \$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\$ の応力を単独に用いて降伏判定する。

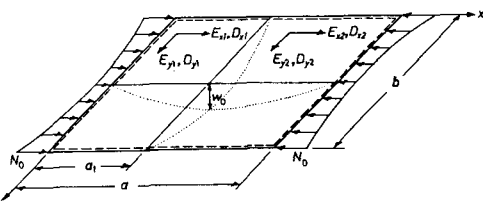


Fig. 1 Compressive stiffened plate with discontinuous rigidity

それぞれの応力が降伏点応力 \$\sigma_p\$ or \$\sigma_p/\sqrt{3}\$ に達すると塑性が発生する。

(1) 基礎微分方程式 筆者らはすでに一樣断面の圧縮補剛板の弾塑性有限変位解析において、Lin³⁾, Massonnet⁴⁾の理論に基づく一弾塑性解析法を示した。この方法は部材の塑性化の影響を巧みに表現した仮想荷重を本来の荷重に加えることによって弾性有限変位の式から弾塑性解を求めようとするものである。この方法によれば、弾塑性状態の断面力が次のように定義される。

$$N_{xi} = N_{xi}^e - N_{xi}^p, \quad N_{yi} = N_{yi}^e - N_{yi}^p, \quad N_{xyi} = N_{xyi}^e - N_{xyi}^p, \quad \dots \quad (1)$$

$$M_{xi} = M_{xi}^e - M_{xi}^p, \quad M_{yi} = M_{yi}^e - M_{yi}^p, \quad M_{xyi} = M_{xyi}^e - M_{xyi}^p, \quad \dots \quad (2)$$

ここに、\$N_{xi}^e, N_{yi}^e, N_{xyi}^e\$ と \$M_{xi}^e, M_{yi}^e, M_{xyi}^e\$ は変剛板が弾塑性状態にある場合でも弾性状態を仮定することによって求められる直交異方性板 \$i\$ (\$i=1, 2\$) の膜力、せん断力と曲げ・ねじれモーメントである。\$N_{xi}^p, N_{yi}^p, N_{xyi}^p\$ と \$M_{xi}^p, M_{yi}^p, M_{xyi}^p\$ は断面の塑性化により生ずる仮想断面力で、弾性の応力 \$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\$ が降伏点応力を超過した量を板厚方向に数値積分することによって求められる。弾性断面力 \$N_{xi}^e \sim M_{xyi}^e\$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} N_{xi}^e &= E_{xi} \left(u_{i,x} + \frac{1}{2} \bar{w}_{i,x}^2 - \frac{1}{2} \bar{w}_{0,i,x}^2 \right) + E_{ii} \left(v_{i,y} + \frac{1}{2} \bar{w}_{i,y}^2 - \frac{1}{2} \bar{w}_{0,i,y}^2 \right), \\ N_{yi}^e &= E_{ii} \left(u_{i,x} + \frac{1}{2} \bar{w}_{i,x}^2 - \frac{1}{2} \bar{w}_{0,i,x}^2 \right) + E_{yi} \left(v_{i,y} + \frac{1}{2} \bar{w}_{i,y}^2 - \frac{1}{2} \bar{w}_{0,i,y}^2 \right), \\ N_{xyi}^e &= E_{xyi} \left(u_{i,y} + v_{i,x} + \bar{w}_{i,x} \bar{w}_{i,y} - \bar{w}_{0,i,x} \bar{w}_{0,i,y} \right), \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} M_{xi}^e &= -D_{xi} (\bar{w}_{i,xx} - \bar{w}_{0,i,xx}) - D_{ii} (\bar{w}_{i,yy} - \bar{w}_{0,i,yy}), \\ M_{yi}^e &= -D_{ii} (\bar{w}_{i,xx} - \bar{w}_{0,i,xx}) - D_{yi} (\bar{w}_{i,yy} - \bar{w}_{0,i,yy}), \\ M_{xyi}^e &= -2D_{xyi} (\bar{w}_{i,xy} - \bar{w}_{0,i,xy}), \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (4)$$

ここに、\$u_i, v_i\$ はそれぞれ \$x, y\$ 方向変位、\$\bar{w}_i\$ は \$z\$ 方向の全たわみである。この式の添字はそれに関する微

分を表す。 E_{xi}, E_{yi} は直交要方性板の伸び剛度, E_{xyi} はせん断剛度, $E_{ii} = \nu_{xi}^m E_{xi} = \nu_{yi}^m E_{yi}$ で ν_{xi}^m, ν_{yi}^m は伸びに関するポアソン比である。 D_{xi}, D_{yi} は曲げ剛度, D_{xyi} はねじれ剛度, $D_{ii} = \nu_{xi}^b D_{xi} = \nu_{yi}^b D_{yi}$ で ν_{xi}^b, ν_{yi}^b は曲げに関するポアソン比である。

x, y, z 方向の力のつり合いを考え、 u, v, w の変位で表示すれば、弾塑性域でのつり合い式が次のように得られる。

$$E_{xi} u_{i,xx} + E_{xyi} u_{i,yy} + (E_{ii} + E_{xyi}) v_{i,xy} = -E_{xi} (\bar{w}_{i,x} \bar{w}_{i,xx} - \bar{w}_{0i,x} \bar{w}_{0i,xx}) - E_{ii} (\bar{w}_{i,y} \bar{w}_{i,xy} - \bar{w}_{0i,y} \bar{w}_{0i,xy}) - E_{xyi} (\bar{w}_{i,x} \bar{w}_{i,yy} + \bar{w}_{i,y} \bar{w}_{i,xy} - \bar{w}_{0i,x} \bar{w}_{0i,yy} - \bar{w}_{0i,y} \bar{w}_{0i,xy}) + \frac{N_{xi,x}^p + N_{xyi,y}^p}{2}, \quad (5.a)$$

$$(E_{ii} + E_{xyi}) u_{i,xy} + E_{xyi} v_{i,xx} + E_{ii} v_{i,yy} = -E_{ii} (\bar{w}_{i,x} \bar{w}_{i,xy} - \bar{w}_{0i,x} \bar{w}_{0i,xy}) - E_{yi} (\bar{w}_{i,y} \bar{w}_{i,yy} - \bar{w}_{0i,y} \bar{w}_{0i,yy}) - E_{xyi} (\bar{w}_{i,x} \bar{w}_{i,xy} + \bar{w}_{i,y} \bar{w}_{i,xx} - \bar{w}_{0i,x} \bar{w}_{0i,xy} - \bar{w}_{0i,y} \bar{w}_{0i,xx}) + \frac{N_{xyi,x}^p + N_{yi,y}^p}{2}, \quad (5.b)$$

$$D_{xi} \bar{w}_{i,xxxx} + 2(D_{ii} + 2D_{xyi}) \bar{w}_{i,xyxy} + D_{yi} \bar{w}_{i,yyyy} = D_{xi} \bar{w}_{0i,xxxx} + 2(D_{ii} + 2D_{xyi}) \bar{w}_{0i,xyxy} + D_{yi} \bar{w}_{0i,yyyy} + \bar{w}_{i,xx} \{ E_{xi} (u_{i,x} + \frac{1}{2} \bar{w}_{i,x}^2 - \frac{1}{2} \bar{w}_{0i,x}^2) + E_{ii} (v_{i,y} + \frac{1}{2} \bar{w}_{i,y}^2 - \frac{1}{2} \bar{w}_{0i,y}^2) \} + \bar{w}_{i,yy} \{ E_{ii} (u_{i,x} + \frac{1}{2} \bar{w}_{i,x}^2 - \frac{1}{2} \bar{w}_{0i,x}^2) + E_{yi} (v_{i,y} + \frac{1}{2} \bar{w}_{i,y}^2 - \frac{1}{2} \bar{w}_{0i,y}^2) \} + 2E_{xyi} \bar{w}_{i,xy} (u_{i,y} + v_{i,x} + \bar{w}_{i,x} \bar{w}_{i,y} - \bar{w}_{0i,x} \bar{w}_{0i,y}) - \frac{N_{xi,x}^p \bar{w}_{i,xx} - N_{yi,y}^p \bar{w}_{i,yy} - 2N_{xyi,xy}^p \bar{w}_{i,xy} - M_{xi,xx}^p - M_{yi,yy}^p - 2M_{xyi,xy}^p}{2}, \quad (5.c)$$

式中、下線部は塑性化の影響を表す仮想荷重である。

(2)境界および連続条件 面内変形に関する境界条件としては、 $x=0$ 辺で $u_i = N_{xyi} = 0$, $x=a$ 辺で $u_i = -u_m$ の圧縮強制変位を受け、 $N_{xyi} = 0$ であり、 $y=0, b$ の側辺で $N_{yi} = N_{xyi} = 0$ とする。面外変形に対しては、周辺単純支持を仮定する。また、急変位置 $x=a$ では、 x, y 方向変位、 x 方向膜力、せん断力、たわみ、 x 方向たわみ角、 x 方向曲げモーメント、反力がそれぞれ連続するものとする。

3. 数値計算法 部材の塑性化を考慮した基礎微分方程式(5)は非線形重立偏微分方程式であり、上述の境界および連続条件のもとに厳密解を求めることは非常に難しい。したがって、ここでは差分法を用い、非線形多変連立一次方程式に変換後、解の収束を速めるパラメータを用いて反復的に解を求める。その際、本法では塑性化の影響が式(5)の右辺の仮想荷重として扱われるため、多変連立一次方程式の解法に三角解法を利用し、演算時間の短縮を図った。また、本法は無次元パラメータによるパラメトリック解析が行えるなどの利点を有する。

4. 数値計算結果 まず、本法の妥当性・差分解の精度を等方性圧縮板に対して調べたが、 x, y 方向にそれぞれ $n_x=24, n_y=12$ 分割すれば精度よい解の得られることが判明した。数値計算結果の一例として、 $a/b=1.0, b/t$

$=150, a/a=0.5, w_{0max}/t=0.5, \sigma_p=24 \text{ kg/cm}^2, D_{xi}/D_{yi}=30, D_{x2}/D_{y2}=60 \text{ or } 120$ の断面急変補剛板の板中央点の荷重-たわみ曲線は Fig. 2 の実線になる。図中、 $N_p = \sigma_p t$, 破線は $D_{xi}/D_{yi} = D_{x2}/D_{y2} = 30$ 、一点鎖線は $D_{xi}/D_{yi} = D_{x2}/D_{y2} = 60 \text{ or } 120$ の一様断面補剛板の結果を示す。また、○印は初期降伏を示す。図から明らかなように、断面急変補剛板の荷重-たわみ曲線は破線と一点鎖線で示す一様断面補剛板の曲線の間にある。 D_{x2}/D_{y2} が 60, 120 と増加すれば、断面急変補剛板の初期降伏荷重および耐力はともに増大する。 D_{x2}/D_{xi} とともに強度は増加するが、徐々に一定強度に近づくことがわかった。

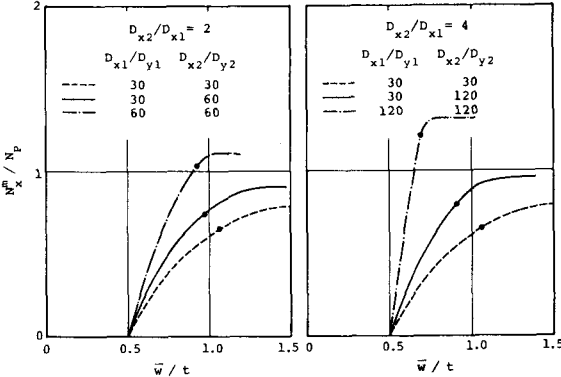


Fig. 2

1) 土・構・環・技：建築論文報告集, No.298, pp.17~30, 1980-6. 2) Dogaki, M. and H. Yonezawa: Theoretical and Applied Mechanics, Vol.29, pp.73-83, 1981. 3) 土・構・環・技：第32回応用力学連合講演会論文報告集, B-232, 1982-12. 4) Lin, T.H.: Theory of Inelastic Structures, John Wiley & Sons, 1968. 5) Massonnet, Ch.: General theory of elastic-plastic membrane plates, Enginng Plasticity, Cambridge Univ. Press, 1968.