

日立造船情報システム(株) 正会員 〇足立 寿伸
 関西大学 工学部 正会員 米沢 博
 関西大学 工学部 正会員 望垣 正博

1. まえがき 縦横に補剛された板の圧縮強度に関する研究はかなり古くから行われ、多くの貴重なデータが蓄積されてきた。その中には、横補剛材の剛性に着目し、その最小必要剛度と座底強度との関係性を明らかにしたものも含まれている。一方、曲線鋼桁橋のフランジ部のようにその面内に曲率を有する補剛板の圧縮強度に関する研究は、弾性および弾塑性の両方に対してほとんどなされていない。そこで、ここでは剛なタイアフラムと両腹板によって支持され、その間が数本の横補剛材で等間隔に補剛されるとともに、横補剛材間の各主板パネルが同一の多数の円周方向補剛材によって補剛される場合の弾性圧縮座底を明らかにする。主に横補剛材と座底強度に注目し、横補剛材間の補剛パネルをそれぞれ等価な直交異方性扇形板に置換する。それぞれの補剛パネルの接合部が横補剛材によって弾性支持されているものとし、数枚の補剛パネルからなる連続直交異方性扇形板として解析する。広範囲数値計算を実施し、縦横比、曲率半径比、直交異方性扇形板の曲率剛比、横補剛材の本数、曲率剛比と座底強度の関係を調べる。

2. 基礎微分方程式 Fig. 1 に示すような連続扇形補剛板の直線辺に一様分布の円周方向圧縮力が作用し、曲線辺で半径方向変位が完全に拘束される場合を考える。このような場合、内部応力が未知のため、座底前の応力解析が必要である。いま、補剛パネル i に着目すれば、膜力 N_r 、 N_θ と膜せん断力 $N_{r\theta}$ は変位 u_i 、 v_i で次式のように表される。

$$\begin{aligned} N_r &= E_r u_{i,r} + \frac{E_r}{r} (u_i + v_{i,\theta}), \\ N_\theta &= E_\theta u_{i,r} + \frac{E_\theta}{r} (u_i + v_{i,\theta}), \\ N_{r\theta} &= N_{\theta r} = E_{r\theta} \{v_{i,r} + \frac{1}{r} (u_{i,\theta} - v_i)\}, \end{aligned}$$

ここに、 E_r および E_θ は直交異方性扇形板の半径および円周方向の伸び剛さ、 $E_{r\theta}$ はせん断剛さ、 $E_r = \nu_r'' E_\theta = \nu_\theta'' E_r$ で、 ν_r'' および ν_θ'' は伸びに関する半径および円周方向ポアソン比である。なお、コンマの後の添字はそれに関する微分を表す。

半径および円周方向の力のつり合いを考え、高次の項を無視すれば、次式が得られる。

$$\begin{aligned} E_r u_{i,rr} + \frac{(E_r + E_\theta)}{r} v_{i,r\theta} + \frac{E_\theta}{r^2} u_{i,\theta\theta} + \frac{E_r}{r} u_{i,r} + \frac{(E_\theta + E_r)}{r^2} v_{i,\theta} - \frac{E_\theta}{r^2} u_i &= 0, \\ E_\theta v_{i,rr} + \frac{(E_r + E_\theta)}{r} u_{i,r\theta} + \frac{E_r}{r^2} v_{i,\theta\theta} + \frac{E_\theta}{r} v_{i,r} + \frac{(E_\theta + E_r)}{r^2} u_{i,\theta} - \frac{E_r}{r^2} v_i &= 0, \end{aligned}$$

前述のように、境界条件は、直線辺で $N_\theta = -N_\theta$ 、 $N_{r\theta} = 0$ 、曲線辺で $u_i = 0$ 、 $N_{r\theta} = 0$ とする。また、接合部での連続条件は、半径および円周方向変位の連続性、円周方向膜力および膜せん断力の連続性より次式となる。すなわち、 $\theta = \theta_i$ の接合部では、

$$\begin{aligned} u_i &= u_{i+1}, & v_i &= v_{i+1}, \\ N_{\theta,i} &= N_{\theta,i+1}, & N_{r\theta,i} &= N_{r\theta,i+1}, \end{aligned}$$

となる。つり合い式と境界および連続条件式から変位 u_i 、 v_i を求めれば、座底前の板内部の応力が決定できる。

座底時の鉛直方向の力のつり合い式は次のようになる。

$$D_r (w_{i,rrrr} + \frac{2}{r} w_{i,rrr}) + 2(D_r + 2D_{r\theta}) (\frac{1}{r^2} w_{i,r\theta\theta} - \frac{1}{r^2} w_{i,r\theta\theta} + \frac{1}{r^2} w_{i,\theta\theta}) + D_\theta (\frac{1}{r^2} w_{i,\theta\theta\theta\theta} - \frac{1}{r^2} w_{i,rr} + \frac{2}{r^2} w_{i,\theta\theta} + \frac{1}{r^2} w_{i,r})$$

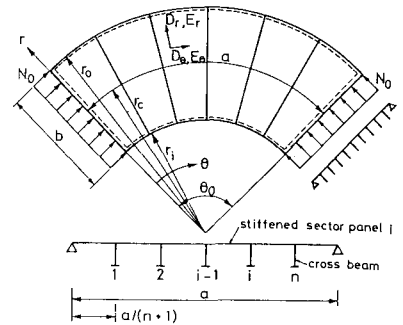
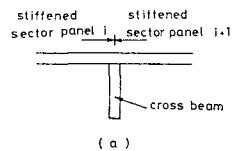
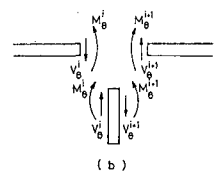


Fig. 1



(a)



(b)

Fig. 2

$$= N_r \cdot w_{i,rr} + N_\theta \left(\frac{1}{r} w_{i,r} + \frac{1}{r^2} w_{i,\theta\theta} \right) + 2 N_{r\theta} \left(\frac{1}{r} w_{i,r\theta} - \frac{1}{r^2} w_{i,\theta} \right)$$

ここに、 D_r, D_θ は直交異方性扇形板の半径および円周方向曲率剛さ、 $D_{r\theta}$ はねじれ剛さ、 $D_1 = 2b^2 D_r = 2b^2 D_\theta$ で、 $2b^2$ は曲率に関するポアソン比である。連続扇形補剛板は周辺で単純支持されているものとする。また、各補剛パネルの接合部ではたれみ、たれみ角が連続し、両補剛パネルの円周方向曲率モーメントおよび反力が横補剛材にねじれモーメントおよび分布荷重として作用することから、次の条件式が得られる (Fig. 2)。

$$w_i = w_{i+1}, \quad w_{i,\theta} = w_{i+1,\theta}$$

$$\frac{C_r}{r} w_{i,rr\theta} = D_r w_{i,rr} + D_\theta \left(\frac{1}{r} w_{i,r} + \frac{1}{r^2} w_{i,\theta\theta} \right) - \{ D_r w_{i+1,rr} + D_\theta \left(\frac{1}{r} w_{i+1,r} + \frac{1}{r^2} w_{i+1,\theta\theta} \right) \}$$

$$B_r w_{i,rrr} = D_\theta \left(\frac{1}{r^2} w_{i,r\theta} + \frac{1}{r^3} w_{i,\theta\theta\theta} \right) + \frac{D_1}{r} w_{i,r\theta} + \frac{4D_{r\theta}}{r^2} w_{i,\theta} - \{ D_\theta \left(\frac{1}{r^2} w_{i+1,r\theta} + \frac{1}{r^3} w_{i+1,\theta\theta\theta} \right) + \frac{D_1}{r} w_{i+1,r\theta} + \frac{4D_{r\theta}}{r^2} w_{i+1,\theta} \}$$

座屈時の微分方程式に板内の応力を代入し、その式と境界・連続条件式から弾性座屈強度が計算できる。

3. 数値計算結果とその考察

数値解析には差分法を採用し、擬点法によって固有値を求めた。円周方向の対称性より板の1/2領域を解析対象とし、対称および逆対称座屈のいずれの場合も計算し、小さい方の座屈荷重を採用した。パラメータとして連続扇形補剛板の縦横比 a/b 、曲率半径比 K/r_0 、補剛パネルの曲率剛比 D_θ/D_r 、横補剛材の本数 N 、曲率剛比 B_r/bD を考える。円周方向補剛材のねじれ剛度を考慮せず、 $\nu = 0.3$ とすれば $E_r/E_\theta = D_r/D_\theta = 0.3$ 、 $E_{r\theta}/E_r = D_{r\theta}/D_r = 0.35$ となる。また、横補剛材のねじれ剛比を無視し、 $C_r/bD = 0$ とする。補剛パネルごとに半径および円周方向にそれぞれ 12.6 分割し、高精度計算した。以下、 $D_\theta/D_r = 100$ の場合を考察する。

$B_r/bD = 50$ で、 $n=1, 3$ の場合の座屈荷重曲線を Fig. 3 に示す。图中、 m_θ は円周方向座屈モードの半波数である。一般に、連続扇形補剛板の座屈には、連続補剛板が横補剛材とともにたれむ座屈と、すべての横補剛材が節を形成する座屈が考えられる。以下、前者を全体座屈、後者を部分座屈と呼ぶ。 $n=1$ で $m_\theta=2$ ； $n=3$ で $m_\theta=4$ と示す部分座屈の場合には曲率半径比が小さいほど、すなわち扇形度が強くなるほど座屈強度はかなり低下する。一方、板が全体座屈する場合 ($n=1$ で $m_\theta=1$ ； $n=3$ で $m_\theta=1$ or 2) には曲率半径比は座屈強度に影響せず、 $K/r_0 = 0.999$ で示す長方形板の強度にほぼ等しい。横補剛材本数の増加は座屈強度の増大をもたらすが、全体座屈から部分座屈に移行する最小の縦横比は大きくなる。

$n=3, a/b=1$ の場合に対して曲率半径比と座屈荷重の関係を Fig. 4 に示す。実線は部分座屈、破線および一点鎖線は全体座屈の場合の K/r_0 と K_{cr} の関係を示す。部分座屈の場合は、 K/r_0 の相違により座屈強度にかなりの差が生ずる。また、 K/r_0 の値が大きいほど全体座屈から部分座屈に移行するのに必要は B_r/bD の値は大きく、たとえば、 $K/r_0 \approx 0.35$ で $B_r/bD = 100$ 、 0.82 で 400 となる。全体座屈の場合は曲率半径比は座屈強度に影響せず、 B_r/bD の増加に伴い強度は増加する。

$n=3, a/b=1$ の場合に対し、横補剛材の曲率剛比と座屈荷重との関係を Fig. 5 に示す。 $m_\theta=1, 2$ (全体座屈) の場合は K/r_0 の値には関係なく座屈強度は同一で、 B_r/bD と K_{cr} は線形関係となる。板が部分座屈 ($m_\theta=4$) を形成すると、それ以上の B_r/bD の値に対して強度は変化せず一定値となる。また、長方形板に比べ扇形板になるほど小さな横補剛材で部分座屈し、強度はかなり低下する。

1) 米沢・三上・堂垣・高田：昭和55年度関西支部講演概要，I-31，1980。

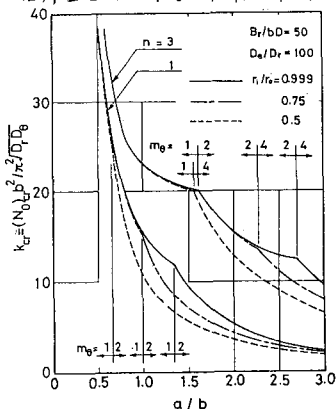


Fig. 3

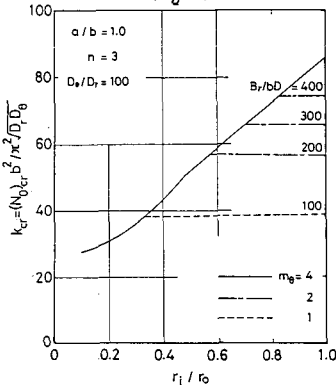


Fig. 4

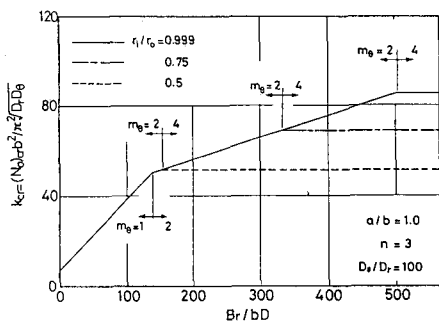


Fig. 5