

東京都立大学 ○学生員 尾崎 浩明
東京都立大学 正会員 野上 邦榮
東京都立大学 正会員 伊藤 文人

1. まえがき 本報告は、新しい離散化モデルである「川井モデル⁽¹⁾」を参考にした有限剛体要素モデルを用いて、偏平円弧アーチの弾性面内座屈の幾何学的非線形挙動解析を行ない、厳密解との比較として本解析モデルの有効性を確かめ、さらに、アーチの基礎的な非線形挙動を把握しようとしたものである。

2. 理論解析

2.1 解析モデル Fig.1 に示すように、アーチの全長 L を任意の長さとして等分割する。要素は剛体なので変形せず、要素間に配置したバネによって変形をうけもち、変位は剛体要素の重心変位をとる。また、要素間には剪断バネ1本と断面中心線に、軸バネ2本と断面中心線から断面二次半径の距離に配置し、バネ定数をそれぞれ $K_{si} = GA_i/l$, $K_{ai1} = K_{ai2} = EA_i/2l$ で与える。ここで、 G はせん断弾性係数、 A_i は節点 i における断面積である。

2.2 釣合方程式 剛体要素の重心変位より節点 i におけるバネのひずみエネルギーが得られ、この第1変分から Castigliano の定理を用いると次式で示されるような釣合方程式が定まる。

$$\Phi_i = f_i(\delta, P) = 0 \quad (i=1 \cdots N) \quad (1)$$

2.3 解析手法 非線形弾性挙動解析に対しては、Fig.2, Fig.3 に示されるような Newton Raphson 法による空間反復法を用いる。いま、釣合位置 (δ_i, P_i) における接線ベクトルを (δ_i, P_i) とする。次の釣合位置 (δ, P) は、空間探索面が

$$\text{球面の場合、} f(\delta, P, \alpha) = (\delta - \delta_i)^2 + (P - P_i)^2 - \beta^2 \|\Delta \alpha\|^2 = 0 \quad (2)$$

$$\text{平面の場合、} f(\delta, P, \alpha) = \delta_i(\delta - \delta_i) + P_i(P - P_i) - \beta \Delta \alpha_i = 0 \quad (3)$$

で定義される。空間探索面が球面の場合、必ず釣合径路と交わり解の求まる率が向上する一方、半径の大きさが固定されてしまったため、平面と比較して特に分岐径路での解を得る数が増し、計算量が増大する。従って、本解析では主として平面を用い、収束しなくなった時に球面に切り換える方式を採用した。また、分岐径路をもつアーチに対しては、荷重に微小な偏心量を与えて近似的に解析する方法を用いた。

3. 解析結果と考察 要素数による誤差を調べるために解析した結果を Fig.4, Fig.5 に示す。Fig.4 は固定端偏平円弧アーチ、Fig.5 は2ヒンジ偏平円弧アーチを用い、限界点のみがあらわれるように細長比を定めた場合である。実線は Clive L. Dym が示した理論解⁽³⁾である。要素数と多くすると十分満足できる結果を得ることができるが、計算量、精度を考慮に入れ

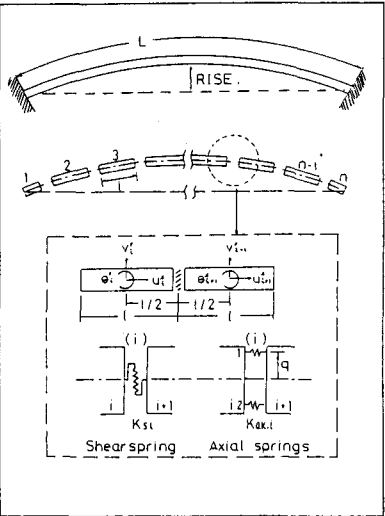


Fig.1 Arch model for analysis

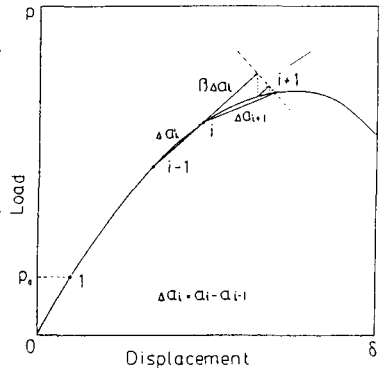


Fig 2

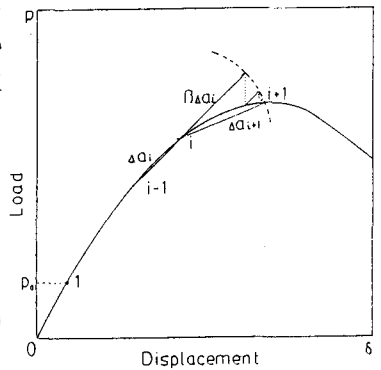


Fig 3

て要素数を $N=17$ とした。アーチの挙動を知るために解析した結果をFig.6~Fig.11に示す。Fig.6~Fig.9については、細長比の小さい順に、限界点をもたないもの、限界点のみがあらわれるもの、限界点の後に分岐点があるもの、限界点の前に分岐点がある場合を示している。Fig.6, Fig.7は荷重-水平反力曲線である。その曲線の交点、分岐経路に入ったときの水平反力の大きさは、固定端アーチの場合それぞれ $TL^2/EI=39.79$ と与え、2ヒンジアーチの場合それぞれ $TL^2/EI=10.39$ と与えている。これらの値は、中心角が変化してもほとんど変わらない。Fig.8, Fig.9は荷重-クラウンの鉛直変位曲線である。水平反力の場合と同様に、分岐経路は1つの直線上にある。また、すべての曲線は3つの点を通っていることがわかる。Fig.10, Fig.11は限界点の前に分岐点が生ずる場合の荷重-クラウンの鉛直、水平変位曲線である。分岐点で荷重、鉛直変位が減少し水平変位が増大しているが、分岐経路上で固定端アーチと2ヒンジアーチの挙動に違いがあることがわかる。

4. 結論 有限剛体要素モデルはアーチの弾性面内座屈解析に用いた場合にも十分に良い精度を与えることが確かめられた。なお、本報告は弾性座屈のみを対象としているので、今後は弾塑性座屈解析を行なう予定である。

文献 (1) 川井「物理モデルによる連続体力学諸問題の解析」生研技シナキスト、東大生産技術研究所、1980
(2) 野上、伊藤「せん断バネを考慮した有限剛体要素モデルの一考察」土木学会関東支部講演会、1982
(3) Clive, L. Dym「Stability theory and its applications to structural mechanics」Noordhoff Int. Pub., 1974

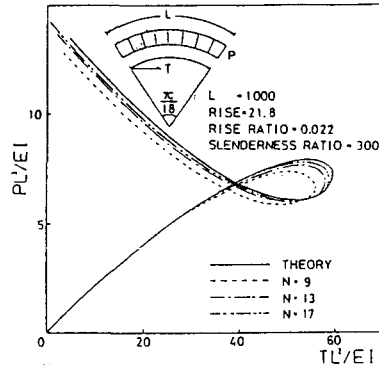


Fig. 4 Error by number of element for fixed shallow circular arch

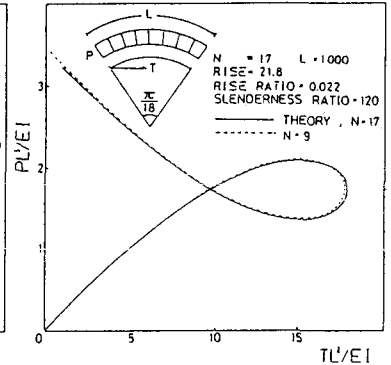


Fig. 5 Error by number of element for 2 hinged shallow circular arch

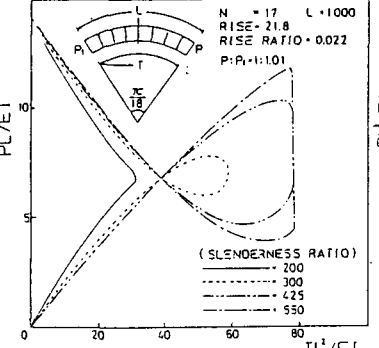


Fig. 6 Load-horizontal reaction force curve for fixed shallow circular arch

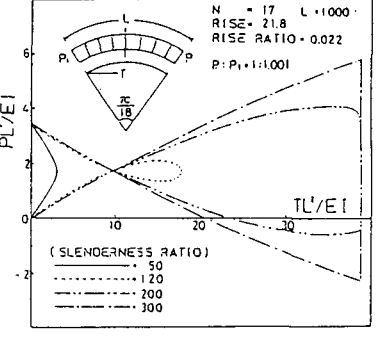


Fig. 7 Load-horizontal reaction force curve for 2 hinged shallow circular arch

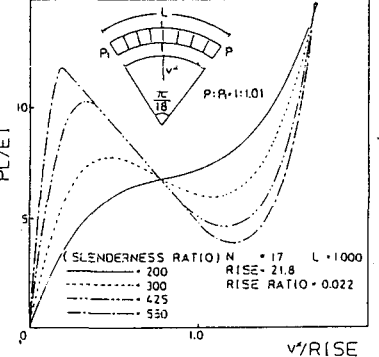


Fig. 8 Load-central deflection curve for fixed shallow circular arch

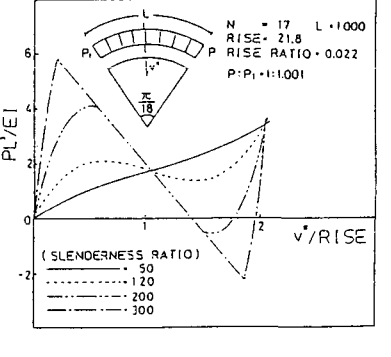


Fig. 9 Load-central deflection curve for 2 hinged shallow circular arch

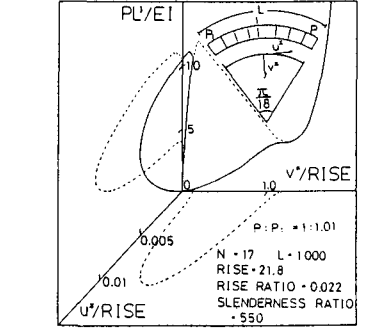


Fig. 10 Load central deflection curve for fixed shallow circular arch

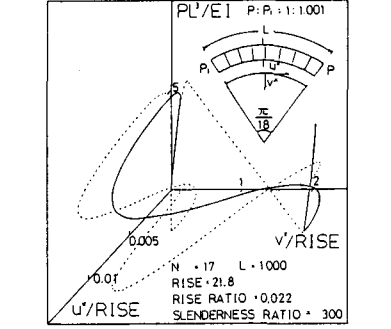


Fig. 11 Load-central deflection curve for 2 hinged shallow circular arch