

京都大学 正員 丹羽 義次
 京都大学 正員 渡辺 英一
 高知高専 正員○ 勇 秀憲

1. はじめに

鋼構造物の圧縮耐力を正確に評価するためには、その材料・幾何学的非線形性を考慮した弾塑性大変形解析を行なわなければならない。しかし、この解析は非常に複雑で多大な労力と時間を要するにもかかわらず、耐力は初期不整に対し孤立した離散点の形でしか求めることができない。

本報告は、初期たわみが耐力に及ぼす敏感性に注目し、カタストロフィー理論を弾塑性域へ適用することにより、柱、梁、板などの圧縮耐力の新しい統一簡易評価法を報告するものである。

2. 弾塑性カタストロフィー解析

本報告では、図-1に示す圧縮矩形板への本解析法の適用について、図-2の流れ図に従いその概略を記す。

与えられた材料特性、幾何学的条件、境界条件および残留応力分布により、初期たわみのな

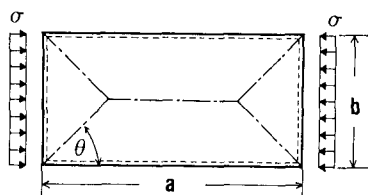


図-1 矩形板モデルと崩壊機構

い完全板の弾塑性座屈荷重 $P_0 = \sigma_c b t$ (t : 板厚) が求まる。中心圧縮柱の場合と同様に、弾性基礎方程式から板全体に対する面外剛性の割線係数の関数として弾塑性支配方程式を表現することにより σ_c が決定される。

図-3は典型的な全荷重 $P = \sigma b t$ と板中央点のたわみ w の関係を示す。 w に対応する初期たわみ w_0 が弾塑性耐力 $P_m = \sigma_m b t$ に及ぼす敏感性を評価するために、以下のようにしてカタストロフィー理論を適用する。通常の弾塑性分岐点 ($P_0, 0$) からの後座屈経路と、図-1の一点鎖線で示す崩壊機構を形成する極限状態に対応する塑性除荷曲線の交点 $C(P^*, w^*)$ を等価分岐点として定義する。前者の経路はMarguerre方程式から求める弾性後座屈経路を面内剛性の割線係数により修正して定義し、一方後者は中心圧縮柱の場合と同様に軸力モーメントの単

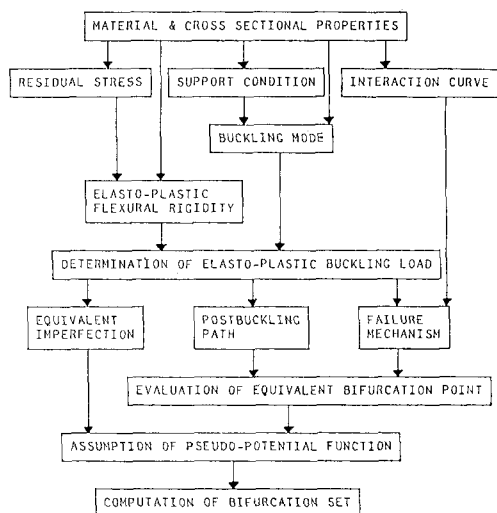


図-2 弾塑性カタストロフィー解析法

一の相関関係を仮定し簡易化して求められる。このとき、点 C を特異点を持つ擬似ポテンシャル V が点 C の近傍で釣合式の形で次のように定義できる：

$$V \triangleq \frac{\partial V}{\partial w} = \sigma_E f(w_d^*) \cdot w_d^* - \sigma(w - w^*) = 0 \quad (1)$$

ここに、 $w_d^* = w - w^* - w_0$ 、 σ_E は Euler 荷重。 f は板全体の面外剛性の割線係数に対応するので、中心圧縮柱と同じ展開を用いる、つまり

$$f(w_d^*) \triangleq f^c + \frac{1}{2} f_t^c w_d^* \quad (2)$$

ここに、 f^c と f_t^c は未知な定数である。(2)を(1)に代入すると点 C 近傍の釣合式として次式が決まる：

$$V \triangleq \frac{\partial V}{\partial w} = \sigma_E f^c \left(1 - \frac{\alpha^*}{2} w_d^*\right) \cdot w_d^* - \sigma(w - w^*) = 0 \quad (3)$$

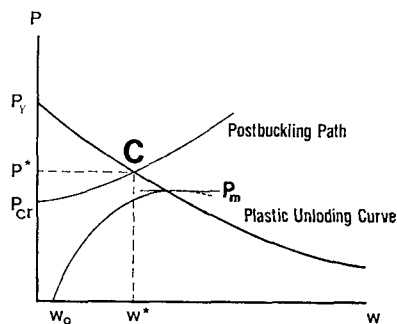


図-3 等価分岐点

ここに、 $\alpha^* = -f_c^c/f_c^e$ 。(3)は図-4のように三次元空間($w-w^*, w_0, \sigma$)内で釣合い曲面 M_V を形成する。このとき、 M_V 上の特異点の集合 ACB (a_3, b_3)は、

$$V^* \equiv \frac{\partial V}{\partial w^2} = \sigma_E f_c^e (1 - \alpha^* w_d^*) - \sigma = 0 \quad (4)$$

により与えられる。完全系 $w_0=0$ において $V^*=0$ とおくと $\sigma^* = \sigma_E f_c^e (P^* \sigma^* b t)$ となり、 f_c^e が決まる。さらに点 C において、高次項を評価すると

$$V^{*c} \equiv \frac{\partial^3 V}{\partial w^3} \Big|_{w=w^*, \sigma=\sigma^*, w_0=0} = -\sigma_E f_c^e \alpha^* \neq 0 \quad (5)$$

だから、点 C は非対称分岐点で折り目のカタストロフィ²⁾で与えられる。(もちろん $\alpha^* \neq 0$ のとき)

や²⁾に、(3)と(4)から耐荷力 σ_m に及ぼす初期たわみ w_0 の敏感性は厳密に特異点集合の分岐集合 a_2, c_2

$$\tilde{\sigma}_m \equiv \frac{\sigma_m}{\sigma^*} = 1 - \sqrt{2\alpha^* w_0 (1 + \frac{\alpha^*}{2} w_0)} + \alpha^* w_0 \quad (6)$$

で与えられる。(図-4)

さて、 f_c^e 、つまり α^* を決定することは困難なのでここでは代わりに点 C における塑性除荷曲線 $P_3(w)$ の勾配から $\alpha^* \equiv -\frac{dP_3}{dw} \Big|_C$ として定めることにする。

また、一般化幅厚比 $R = \frac{b}{\pi t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{K} \frac{\sigma_Y}{E}}$ (ν :ポアソン比, $K=4$:座屈係数, σ_Y :降伏応力, E :ヤング率)に対し、 $R \rightarrow 0$ と $R \rightarrow \infty$ のとき、耐荷力が初期たわみの影響をほとんど受けないことを考慮し、さらに弾塑性域と弾性域の連続性から、初期たわみ w_0 を修正し次式のような等価初期たわみ w_0^* を導入する。

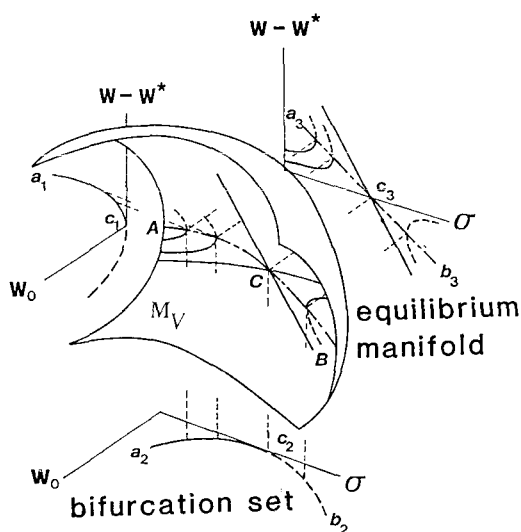


図-4 釣合い曲面と分岐集合

$$w_0^* \equiv \mu(R) \cdot w_0, \quad \mu(R) = \left(\frac{R}{R_c}\right)^\beta, \quad \beta > 0 \quad (7)$$

ここに、 R_c は弾塑性域と弾性域の遷移点の R の値である。したがって、結局弾塑性耐荷力は(6)の w_0 を、(7)の w_0^* で置き換えることにより計算できる。なお、(7)の β は $R \rightarrow 0$ における収束性を考え、 $\beta \equiv 3(1 - \frac{R}{R_c})$ とした。

3. 数値解析例

図-5は一様面内軸圧縮力を受ける周辺単純支持正方形板の耐荷力曲線(分岐集合)である。横軸は一般化幅厚比 R 、縦軸は無次元化応力 σ/σ_Y を示す。中央部の実線が、残留

応力 $\sigma_r = 0.4\sigma_Y$ 、初期たわみ $w_0 = b/150$ の条件下で(6)の式を用いて評価した分岐集合である。弾塑性域では小松²⁾、宇佐美³⁾の補剛板の耐荷力曲線と、弾性域では von Kármán や G. Smith⁴⁾の曲線と比較している。弾塑性域で特に、同条件の有限要素解である小松によく一致している。

なお、圧縮板についての詳細な結果、およびI型断面梁の横倒れ弾塑性座屈問題への適用については、当日O.H.P.を用いて発表する予定である。

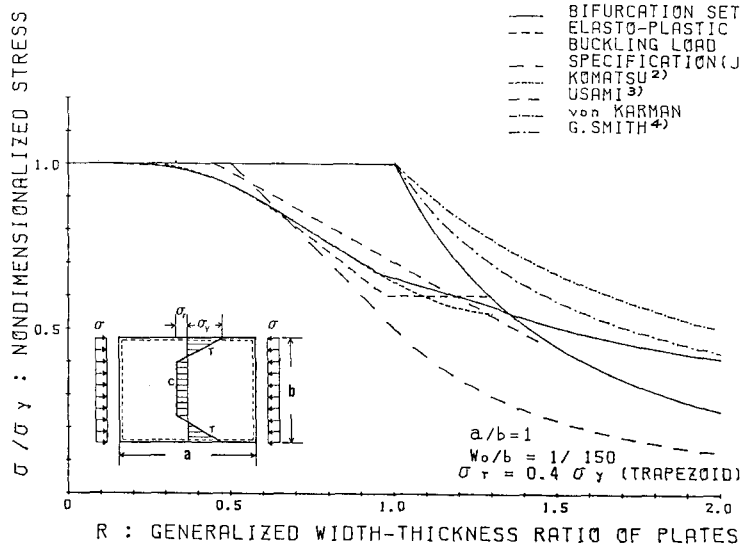


図-5 一様面内軸圧縮力を受ける周辺単純支持正方形板の耐荷力曲線

1) 中村・渡辺・島：鋼造物の耐荷力と弾塑性カタストロフについて、昭和55年度土木学会関西支部年次学術講演会講演概要集，1-34，1983。

2) 小松・北田：初期不登を有する圧縮板の座屈強度特性に関する研究，土木学会論文報告集，第270号，1978，pp. 1-14。

3) Watanabe, E., T. Usami and A. Hasegawa: Strength and design of steel stiffened plates — A literature review of Japanese contributions, U.S. Japan Seminar, 1981.

4) Allen, H.G. and P.S. Bulson: Background to buckling, McGraw-Hill Book Co., 1981.