

山梨大学工学部 正会員 杉原 美好
山梨大学工学部 正会員 深沢 泰晴

1. はじめに 薄肉構造部材の終局耐力のより正確な評価の一環として必要性が高まりつつある有限変位解析において、断面形状の変化の影響がどのように現われるかを、I型断面材について調べ、昨年報告した¹⁾。

その際、ウェブプレートには逆対称変形が生ずると仮定して解析を行なったが、任意の載荷状態においては上下フランジの応力状態は異なり、この仮定は一般的には成り立たない。

そこで、今回は、ウェブプレートは任意の変形状態をとるものとして、①微小変位問題としての基本式の誘導と力学的特性の解析、②座屈問題の支配方程式の誘導と横倒れ座屈特性の検討、③有限変位解析による横倒れ座屈後挙動の追跡、等を行なったので、その概要をここに報告したい。

2. 微小変位問題 図-1(a)に示すように、2軸対称のI型断面材に対して、直交デカルト座標系(0-x, y, z)、直交曲線座標系(n, s, z)を考える。部材上の任意点のx, y, z軸方向の変位成分u, v, wは、薄肉の仮定を適用することにより次式のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} u &= u_0 - y\varphi + (\alpha_1 l_1 - n m_1)\varphi_1 + (\alpha_2 l_1 - n m_2)\varphi_2, & v &= v_0 + x\varphi + (x m_1^2 - n \alpha_1 l_1)\varphi_1 + (x m_2^2 - n \alpha_2 l_2)\varphi_2 \\ w &= w_0 - x u_0' - y v_0' - w_0' - n(\alpha_1 l_1 + x m_1)\varphi_1' - n(\alpha_2 l_2 + x m_2)\varphi_2' \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

ここに、 u_0, v_0, w_0 は断面の図心Oのx, y, z軸方向成分、 φ は断面のねじれ角、 φ_1, φ_2 はそれぞれウェブの変形によって生ずる上下フランジ独自のねじれ角である。また、

l_i, m_i : 方向余弦($l_i = \cos(n_i, x), m_i = \cos(n_i, y), i=1, 2, 3$)

$$\alpha_1 = -h/8 \{ 8(d/h)^3 - 4(d/h)^2 - 2(d/h) + 1 \}, \quad (\cdot) = d(\cdot)/dz$$

$$\alpha_2 = -h/8 \{ 8(d/h)^3 + 4(d/h)^2 - 2(d/h) - 1 \}, \quad (\cdot) = d(\cdot)/ds$$

なお、n, s方向の変位成分 ξ, η は、

$$\xi = u l + v m, \quad \eta = -u m + v l \quad \dots (2)$$

式(1)、(2)を用いて部材上の任意点の歪は、次式のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_n &= \gamma_{zn} = \gamma_{no} = 0, & \varepsilon_o &= -n \alpha_1 l_1 \varphi_1' - n \alpha_2 l_2 \varphi_2' \\ \varepsilon_z &= w_0'' - x u_0'' - y v_0'' - w_0'' - n(\alpha_1 l_1 + x m_1)\varphi_1'' - n(\alpha_2 l_2 + x m_2)\varphi_2'' \\ \gamma_{oz} &= 2n\varphi' + 2n(-\alpha_1 l_1 + m_1^2)\varphi_1' + 2n(-\alpha_2 l_2 + m_2^2)\varphi_2' \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

以上求めた変位場の諸式に基づき、仮想仕事の原理を適用すると、ウェブプレートの曲げ変形を考慮したI型ばりの微小変位問題のつり合い式が得られる。ここでは、解析結果の一例として、片持ばりの自由端にねじりモーメント荷重が作用する場合の解の一部を図-2に示す。同図より、ウェブの変形に伴うフランジ独自のねじれ角 φ の分布の様子、ウェブの変形が断面全体としてのねじれ角 φ と曲げねじりモーメント M_w に与える影響等を知ることができる。特に固定端に生ずる M_w の自由端に向っての減衰が大幅に低下し、サン・ブナンの原理がますます成り立たなくなることがわかる。

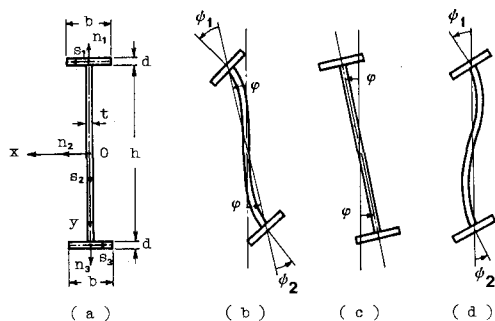


図-1 I型断面の寸法、座標系、変形

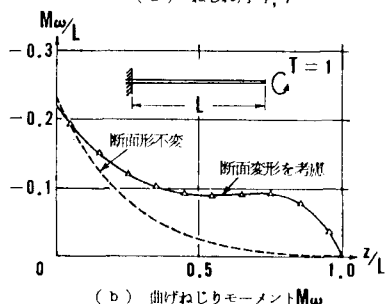
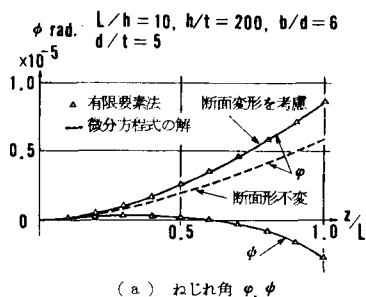


図-2 φ, M_w に対するウェブの変形の影響

3. 横倒れ弾性座屈強度 3次以上の微小項を無視した有限変位に対する変位場に基づき、仮想仕事の原理を適用し、さらに線形化すれば、一般的な荷重状態に対する座屈変形のつり合い式が得られる。ここでは一例として、はりの全長にわたって一定曲げモーメント $\bar{M}$ が作用する場合の支配方程式を示す。

$$\left. \begin{aligned} E I_{xx} u'''' + \bar{M} \varphi'' - k_1 \bar{M} \varphi_1'' - k_2 \bar{M} \varphi_2'' &= 0 \\ \bar{M} u'' + E I_{\omega\omega} \varphi'' - G J_{st} \varphi'' - (G J_{st} + k_2 \bar{M}) \varphi_1'' - (G J_{st} - k_2 \bar{M}) \varphi_2'' &= 0 \\ (G J_{st} + k_3 \bar{M}) \varphi'' + (G J_{st} + k_3 \bar{M}) \varphi_1'' - E I_{y1} \varphi_1'' - E I_{y2} \varphi_2'' &= 0 \\ (G J_{st} - k_3 \bar{M}) \varphi'' + (G J_{st} - k_3 \bar{M}) \varphi_2'' - E I_{y2} \varphi_1'' - E I_{y1} \varphi_2'' &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

ここに、上添字 φ はフランジに関する量であることを表し、また、

$$\begin{aligned} I_{xx} &= \int_A x^2 dA, \quad I_{\omega\omega} = \int_A \omega^2 dA, \quad J_{st} = \int_A (2n)^2 dA, \\ I_{y1} &= \int_A (-n\alpha_{1l})^2 dA, \quad I_{y2} = \int_A (-n\alpha_{1l})(-n\alpha_{2l}) dA, \\ k_1 &= \int_A y\alpha_{1l} dA / \int_A y^2 dA, \quad k_2 = \int_A y^2 \alpha_{1l} dA / \int_A y^2 dA \\ k_3 &= \int_A x^2 y m dA / \int_A y^2 dA \end{aligned}$$

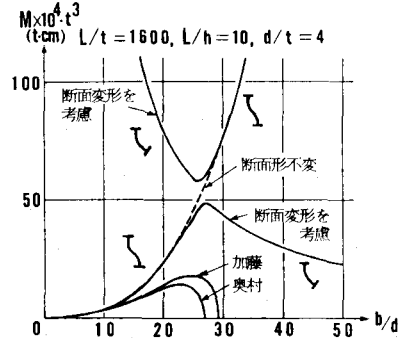


図-3は、両端断面の変形前のウェブ面内に、相反する方向のモーメントを受ける単純支持ばりの横倒れ座屈値の計算結果をフランジの幅と厚さの比 b/d を変化させて示したものである。同図中には、従来の奥村や加藤の値²⁾も示されているが、両者の解析はともに、① 逆対称変形を仮定していること、② 定式過程に問題があること、等の理由により正しい解を与えていない。それは、 b/d のある値において(図-3の場合は $b/d=25 \sim 30$)座屈荷重が0となるという不合理な結果からも明白である。本解析の結果は、 b/d が小さい範囲ではウェブは逆対称に変形し、断面形不変の場合との座屈荷重の差は比較的小さく、一方、 b/d がある一定値を越えたとウェブは非対称に変形し、座屈荷重は断面形不変の場合に較べて低下していくことを示している。

4. 横倒れ座屈後挙動の追跡 薄肉ばりの断面変形が、その有限変位領域における挙動に如何なる影響をもたらすかを調べる目的で、ウェブの曲げ変形を伴うI型ばりの横座屈後挙動の追跡を行なった。有限変位解析の手法は、前回報告したように荷重増分法と移動座標系を用い、中点Runge-Kutta法で収束させる方法によった。図-4は、単純支持のI型ばりの両端断面の変形前のウェブ面内に、相反する方向の等モーメント荷重を作用させた場合について、スパン中央断面の変形量とモーメント荷重との関係を描いたものの一例である。図中の M_{cr} は断面形不変の場合の横倒れ座屈値を示している。これらの結果からは、横方向変位 u 、断面のねじれ角 φ については、有限変位領域においても断面形不変の場合と本質的に異なるような挙動

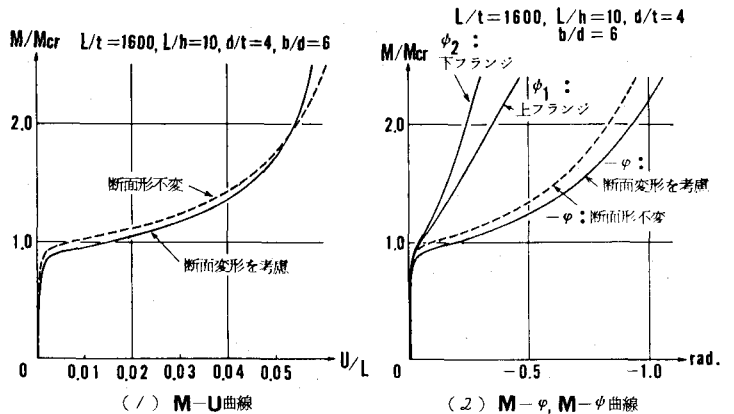


図-4 端モーメント荷重による荷重変位曲線

は現れないことがわかった。なお、ウェブの変形を考慮したI型ばりの塑性域における横倒れ座屈強度およびその座屈後挙動については、現在解析中である。

参考文献 1). 杉原、深沢、岡本、杉山；ウェブの曲げ変形を伴うI型プレートガーダーの横座屈後挙動，土木学会第37回年次講演概要集，I-144，昭和57年10月，2). 仲、加藤、藤盛、菅野；座屈論，建築学大系12，pp.143～180，章国社，1974年，3). 西野、倉方、長谷川、奥村；軸力と曲げおよびねじりを受ける薄肉断面材，土木学会論文報告集，第225号，1974年5月