

徳山高専 正員 原 隆

徳山高専 正員 重松恒美

愛媛大専 正員 大賀水田生

1. まえがき

軸方向変動荷重を受ける構造部材の動的安定問題に関する研究は、周期外力に対して Hill の行列式による方法や Floquet-Lyapunov の理論に基づく伝達関数による方法¹⁾などを用いて数多く行われてゐる。しかし、これらの研究のほとんどが、境界振動数から安定、不安定領域を決定するいわゆる固有値問題として扱つたものであり、実際の振動挙動を考慮した安定解析はあまりみられない。本研究では、減衰、初期たわみと存在し、変動軸力を受ける柱の動的挙動をマトリクス関数を用いて解析し、Runge-Kutta 法などの従来の解析法と比較検討した。また、動的応答解析において得られた周期性マトリクスの性質を利用して安定、不安定領域を決定した。

2. 解析方法

本研究では、Kings, Waller²⁾らが構造物の動的応答解析に適用したマトリクス関数法を用いる。マトリクス関数法は解析法がスカラ式と同様であり、計算時間の短縮がはかれる利点がある³⁾。

図-1に示す、変動軸力 $P(t)$ を受け、初期変位 x_0 (中央部のたわみ w_0) を有する柱の運動方程式は次式となる。

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + (K - P(t)G)x = -(K - P(t)G)x_0 \quad (1)$$

$$\text{または、} \quad \ddot{x} + 2B\dot{x} + (D + B^2)x = -(D + B^2)x_0 \quad (2)$$

$$B = \frac{1}{2}M^{-1}C, D = M^{-1}(K - P(t)G) - B^2$$

ここで、 M , C , K , G は系の質量、減衰、剛性、幾何マトリクスであり、 $\ddot{x}$, $\dot{x}$, x は加速度、速度、変位ベクトルである。

式(1)の一般解はスカラ式と同様にして次式とあらわされる。

$$\left. \begin{aligned} x_{i+1} &= U_{11}x_i + U_{12}\dot{x}_i - (E - U_{11})x_0 \\ \dot{x}_{i+1} &= U_{21}x_i + U_{22}\dot{x}_i + U_{21}x_0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここに E は単位マトリクスである。

式(3)はそのままでも応答解析を行ふことができるが、周期軸力の作用下で安定、不安定の境界値を求めることのできるように次に示す遷移マトリクスの形であらわす。

$$\begin{bmatrix} x_{i+1} \\ \dot{x}_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2e^{Bt} \cos \sqrt{D}t & \frac{2e^{Bt} \sin \sqrt{D}t}{\sqrt{D}} \\ 0 & E - e^{2Bt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ \dot{x}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -e^{Bt} \cos \sqrt{D}t \\ 0 \end{bmatrix} x_0$$

$$Z_{i+1} = \Pi(t) Z_i$$

(4)

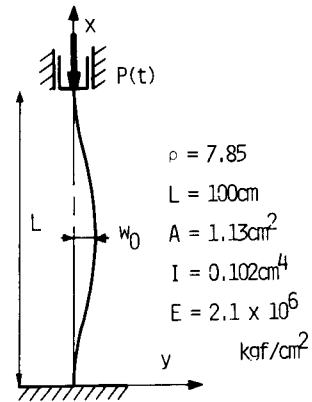


図-1 解析モデル

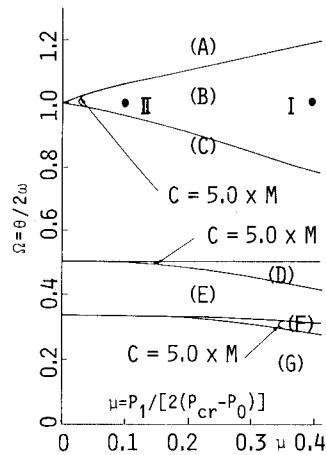


図-2 動的安定・不安定領域

3. 数値解析

3-1. 本解析法の検討

本研究の解析法の妥当性を検証するために、図-1に示す両端固定の柱を解析モデルとして数値計算を行った。従来の解と比較するため、減衰のない初期にのみは異なるものとし、変動軸力は周期軸力 $P(t) = P_0 + P_1 \cos \omega t$ とした。

まず、本解析法で得られた動的挙動を Runge-Kutta法¹⁾によるものと比較を行った。図-2の(A)~(G)の領域について解析を行った結果、両者の応答値はほぼ一致した。また、計算時間において、本解析法は Runge-Kutta法の約1/2であった。

次に動的安定、不安定領域の境界を式(4)を用いて、外力の一周後の変位マトリクス固有値をもとに決定した。解析結果は、Hillの行列式を用いて得られたものとほぼ一致した。

3-2. 周期軸力を受ける柱の動的挙動

図-3、図-4に周期荷重を受ける柱の中央点での変位応答を示す。図-3は図-2における点Iの応答値を示す。図中で実線は減衰のない場合の応答値と、破線は減衰のある場合の応答値を示す。図-4は図-2の点IIにおける柱の中央点での変位応答を示す。図中で実線は初期にのみ異なる場合の応答値と、破線は初期にのみ異なる場合の応答値を示す。

3-3. 不規則軸力を受ける柱の動的挙動

図-6に不規則軸力 ($P_0 = 465 \text{ kgf}$, $P_{\text{max}} = 545 \text{ kgf}$ 卓越周期 0.03 sec, 図-5参照) を受ける両端固定柱(図-1)の中央点での変位応答を示す。

4. まとめ

本研究では、変動軸力を受ける柱の動的安定解析にマトリクス関数法を適用し、動的挙動は安定、不安定境界の解析を行った。解析の結果、マトリクス関数法はこのような問題の解析にも通じていることが確認された。本研究では、解析において減衰及び初期にのみについて考慮したが、実際問題では構造物の材料非線形性等も考慮する必要があると思われるので検討中である。また、着目している柱の実際の動的安定挙動を研究するため、実験装置を製作し、現在実験を進めている。

《参考文献》1). F. Friedmann, C. E. Hammond, T. H. Wooss: Efficient numerical treatment of periodic systems with application to stability problems. Int. J. Num. Meth. in Eng. 1977

2). W. Krings, H. Waller: Numerische Berechnung von gedämpften Schwingungssystemen bei nichtperiodischen Erregungen. Die Bautechnik 1975

3). T. Shigematsu, T. Hara, M. Ohga: Zur numerischen und experimentellen Schwingungsuntersuchung von Bauwerken unter unregelmäßiger Belastung. Bauingenieur 1983

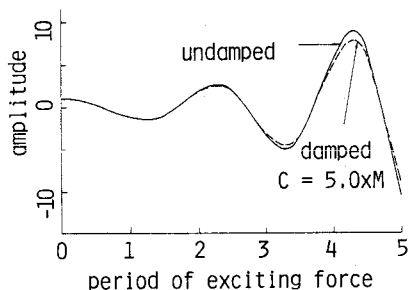


図-3 変位応答 (点I)

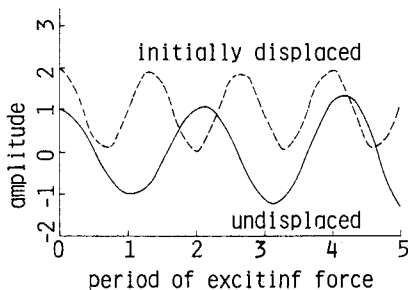


図-4 変位応答 (点II・非減衰)

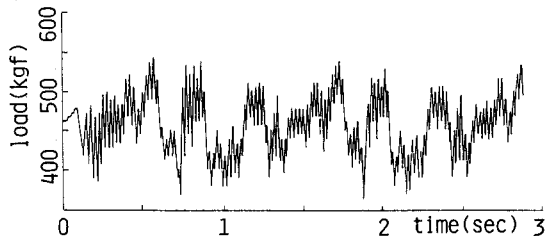


図-5 不規則軸力

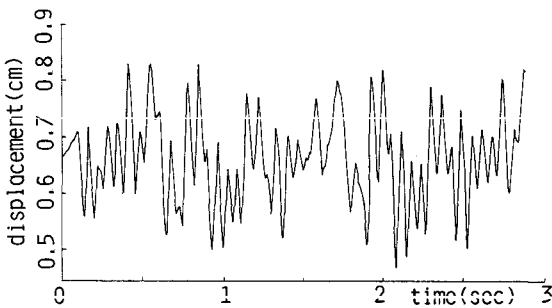


図-6 変位応答