

長岡技術科学大学大学院 学生員 山崎 稔
 長岡技術科学大学工学部 正会員 笹戸 松二
 長岡技術科学大学工学部 正会員 林 正

1. まえがき

有限帯板法(FSM)は長大な薄肉構造物の解析に適した方法であるが、一方向にしか要素を分割することができないで適用範囲に制約がある。そこで、帯板要素を長手方向にも分割できる解法を提案したが¹⁾、これをさらに改良して円筒シェルの解析に適用した結果について報告する。本解析法は、帯板要素に節点自由度を付加したものであるので節点帯板法(NSM)と呼ぶことにする。定式化の詳細については文献2)を参照されたい。

2. 節点帯板法

(1) 節点帯板要素：本解析法では、薄肉円筒シェルの母線方向と円周方向の2方向に分割した長さ l 、板厚 t 、曲率半径 R 、中心角 β_0 の曲面板要素を用いる。この節点帯板要素には、図-2のように要素の中央面上の4つの隅角点の節点変位と、母線方向の境界線上の節線変位の2種の一般化変位を用いる。この要素を節点と節線で円周方向に結合してブロック要素を構成し、各ブロック要素は節点で結合する。

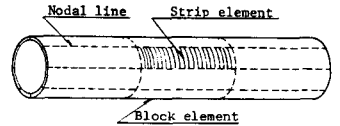


図-1 要素分割

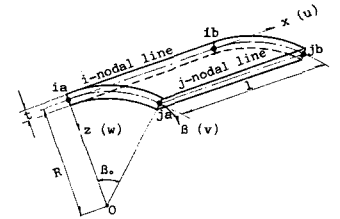


図-2 節点帯板要素

(2) 一般化変位：一般化変位には、節点変位 dl_n と級数展開された節線変位の第 m 項 dl_{im} を用い、これらの成分は座標軸方向の変位 u, v, w とその微係数で与えられる。

$$\begin{aligned} dl_n &= \{u, \phi_x, \phi_\beta, v, \psi_x, \psi_\beta, w, \theta_x, \theta_\beta\}^T \\ dl_{im} &= \{u, \phi_\beta, v, \psi_\beta, w, \theta_\beta\}^T \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 $\phi_x = \partial u / \partial x$, $\phi_\beta = \partial u / \partial \beta$, $\psi_x = \partial v / \partial x$, $\psi_\beta = \partial v / \partial \beta$, $\theta_x = \partial w / \partial x$, $\theta_\beta = \partial w / \partial \beta$ である。

一枚の節点帯板要素についての節点変位と節線変位をまとめて、次式の dl_0 と dl_m で表わす。

$$dl_0 = \{dl_{ia}, dl_{ja}, dl_{ib}, dl_{jb}\}^T, \quad dl_m = \{dl_{im}, dl_{jm}\}^T \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (2)$$

要素中央面上の任意点の変位 u, v, w は、式(2)の一般化変位を用いて次式で仮定する。

$$u = f_{01}^T dl_0 + f_{11}^T \sum_m U_m dl_m, \quad v = f_{02}^T dl_0 + f_{12}^T \sum_m V_m dl_m, \quad w = f_{03}^T dl_0 + f_{13}^T \sum_m W_m dl_m \quad (3)$$

ここに、 f_{0i} と f_{1i} ($i = 1, 2, 3$) はそれぞれ36次と12次の列ベクトルであり、各成分はエルミートの3次多項式で与えられる²⁾。また、 U_m, V_m, W_m は両端固定の境界条件を満たす次式の展開関数である。

$$\begin{aligned} U_m &= V_m = W_m = \sin \mu_m \xi - \sinh \mu_m \xi - (S_m / C_m) (\cos \mu_m \xi - \cosh \mu_m \xi) \quad (\xi = x/l) \\ C_m &= \cos \mu_m - \cosh \mu_m, \quad S_m = \sin \mu_m - \sinh \mu_m, \quad \cos \mu_m \cdot \cosh \mu_m = 1 \quad (m = 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (4)$$

(3) 平衡方程式：薄肉円筒シェルのひずみ成分には次式を用いる。

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} - \xi \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \epsilon_\beta = \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \beta} - \frac{w}{R} - \frac{\xi}{R^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} + \frac{\partial v}{\partial \beta} \right), \quad \gamma_{x\beta} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \beta} - \frac{2\xi}{R} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \beta} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (5)$$

式(5)に式(4)を代入して仮想仕事の原理により帯板要素の平衡方程式を求め、これをブロック要素内の全要素について加え合せたものを、節点変位 ID_0 と節線変位 ID_1 について整理すれば次の平衡方程式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} [K_{00} & [K_{01} \\ [K_{10} & [K_{11} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} ID_0 \\ ID_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} IP_0 \\ IP_1 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

上式から ID_1 を消去したものを全ブロック要素についてまとめれば、円筒シェルの平衡方程式が得られる。なお、境界条件はFSMと異なり、任意の条件を節点と節線について与えることができる。

3. 数値計算例

(1) 均一な外圧を受ける円筒シェル：両辺単純支持の薄肉円筒シェルに、求心等分布荷重が満載された場合²⁾について計算した。軸対称問題であるので円周方向には1要素で解析できる。

表-1 に法線方向変位 w の計算結果を示す。ここに、 M, N, K はそれぞれ x と θ 方向の分割数及び展開項数を表す。FSMによる解は、式(1)の節線自由度を用いて変位を母線方向に展開した帯板要素による値と、同じ6自由度を用いたリング要素及び文献³⁾による値を示す。図-3 は $M=2$ の場合の法線方向変位の形状を支点側 $L/4$ の部分について示したものである。FEMの値はISAP(日本電気：複合構造解析システム)を用いて求めた。

(2) 集中荷重を受ける円筒シェル：両辺単純支持の薄肉円筒シェルの中央点に集中荷重が作用する場合を、全体の $1/8$ について計算した。表-2 は、荷重作用点の法線方向の変位 w を、展開項数を十分に採ったりんぐ要素($K=100$)のFSMによる値と比較して示した。表中の括弧内の数値は次式の無次元量である。

$$\bar{w} = wEt/p \quad (7)$$

Yuan の解は文献⁴⁾の図から読み取ったものであり、FEM はISAP による値である。図-4 に、NSMの収束性を示した。

(3) 貯水タンク：図-5 に示す貯水タンクに静水圧が作用する場合⁵⁾について計算した結果を、表-3 に示す。

4. 考察 表-1, 2 より、変位を母線方向に展開した帯板要素のFSMに対し、母線方向に要素分割したNSMでは少ない展開項数で収束している。また、FEMに対しては、分割数が少なく、長大要素を用いることができる。NSMでは、両端固定の条件を満たす展開関数を用いているにもかかわらず、節点自由度の導入により単純支持の場合や自由端の場合にも良好な収束性を示している。

以上の計算結果より、本解析法は長大円筒シェルの解析に比較的効率よく適用することができる。また、任意の境界条件を与えることができること、板厚が変化する場合にも適用することができること、等によりFSMより汎用性が高い解析法であるといえる。最後に、本研究に協力してくれた大学院生 中野錦也君(現、神戸製鋼勤務)に謝意を表す。 図-5 貯水タンク

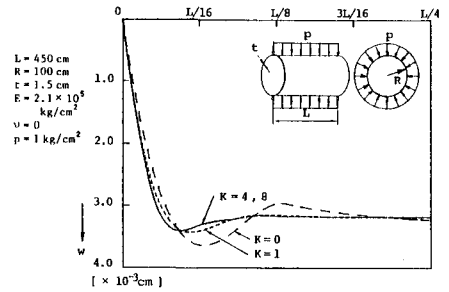


図-3 均一な外圧を受ける円筒シェル

表-1 法線方向変位

Solution	M	N	K	x/L			
				1/16	1/8	1/4	1/2
NSM	2	1	8	3.326	3.166	3.175	3.175
	3	1	2	3.328	3.167	3.175	3.174
	4	1	1	3.327	3.168	3.175	3.175
FSM	strip e.			1	50	3.328	3.167
	ring element			10	1	3.327	3.168
	28*			1	1	3.167	3.175
FEM	10	20	20	3.334	3.160	3.172	3.172
Analytical solution ³⁾				3.167 3.175 3.175			

* 4 degrees: $u, v, w, \partial w / \partial x$ ³⁾

表-2 荷重作用点の法線方向変位

Solution		M	N	K	L/R			
					5	25	50	100
FSM	NSM	10*	6	4	0.977	0.964	0.941	0.930
	strip e.	1	10	50	0.985	0.974	0.948	0.919
	ring element	40**	1	10	0.956	0.986	0.985	0.986
		40**	1	100	1.0	1.0	1.0	1.0
					(261.4)	(790.5)	(746.3)	(745.9)
FEM		40#	10		0.916	0.969	0.948	0.919
Yuan's solution ⁴⁾					0.978	0.984	—	—

* $M=4$ for $L/R=5$

** $M=10$ for $L/R=5$; $M=20$ for $L/R=25$

$M=10$ for $L/R=5$

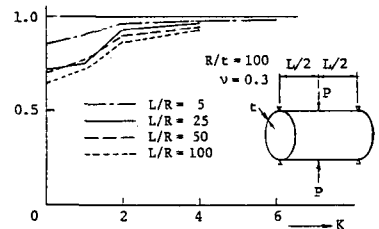


図-4 集中荷重を受ける円筒シェル

表-3 円周方向の面内力

Solution	M	K	x/h			
			1/8	1/4	3/8	1/2
NSM	3	0	156	274	205	157
	3	1	206	251	204	160
	3	2	207	254	204	160
FSM (ring ele.)	16	1	206	254	205	160
FEM ⁵⁾	6		206	254	204	155
Analytical solution ⁵⁾			204	254	205	160

1) 笠戸・林・中野：ハイブリッド要素法による薄肉構造解析，第37回土木学会年次学術講演会 講演概要集，I-164，1982。

2) 笠戸・林・中野：節点帯板法による円筒殻の応力解析，マトリックス解析法研究発表論文集，JSSC第17回大会，1983。

3) 川股重也：シェル構造解析，コンピュータによる構造工学講座，II-6-A，培風館，1978。

4) Yuan, S.W. and L.Ting: J. of Appl. Mech., June, 1957, pp.278-282.

5) Holand, I. and K.Bell (川井忠彦監訳)：有限要素法-応力解析への応用，朝倉書店，1972。