

熊本大学 正員 山尾敏孝
 熊本大学 学生員 堀田守男
 戸田建設 小畑克己
 熊本大学 正員 崎元達郎

1. まえがき

今日、構造解析においては解析手法として有限要素法が一般的に用いられている。しかしながら、長大かつ複雑な薄肉構造物を解析する場合、全体を板要素に分割して計算することは、計算機の記憶容量、計算時間が膨大なものとなり精度も悪くなると考えられる。そこで、局所的な変形が大きく詳細な解析が必要な領域は板要素として細かく分割し、他の領域には棒要素を用いて有限要素法を適用しようするのが本解法である。既に著者らは平面応力問題に適用した結果を報告¹⁾し、つづいてこの手法を立体薄肉構造物に拡張して適用した結果の一部を報告²⁾した。本報告ではさらに他の計算例を通して本法の妥当性を検討するものである。

2. 解析手法^{1), 2)}

構造物の剛性方程式は一般に式(1)であり、多点拘束式は式(2)で表わされる。

$$\{F\} = [K]\{d\} \quad (1) \quad [R]\{d\} = \{0\} \quad (2)$$

ただし、 $[K]$ は剛性マトリックスであり、 $[R]$ は任意の拘束係数マトリックスである。また $\{F\}$ 、 $\{d\}$ はそれぞれ節点外力ベクトル、節点変位ベクトルである。ここで節点変位ベクトル $\{d\}$ が拘束条件により、独立節点変位ベクトル $\{d_n\}$ と従属節点変位ベクトル $\{d_m\}$ の2つに分けられることより、 $\{d_m\}$ は式(3)で表わされ、式(1)も $\{d_n\}$ と $\{d_m\}$ により式(4)のように表わされる。

$$\{d_m\} = [G_m]\{d_n\} \quad (3) \quad \begin{Bmatrix} \bar{F}_n \\ \bar{F}_m \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{K}_{nn} & K_{nm} \\ K_{nm}^T & K_{mm} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_n \\ d_m \end{Bmatrix} \quad (4)$$

T: 転置

ただし、 $[G_m]$ は後に示すが、ここでは結合マトリックスとよぶ。式(4)は剛性マトリックスの縮小により置きかえられることを意味する。次に釣合式(4)に拘束係数に比例する拘束力 $\{g_m\}$ を加え、最終的に $\{d_m\}$ 、 $\{g_m\}$ を消去すれば次式が得られる。

$$\{F_n\} = [K_{nn}]\{d_n\} \quad (5) \quad \begin{Bmatrix} K_{nn} \\ F_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{K}_{nn} + K_{nm}G_m + G_m^T\bar{K}_{nn} + G_m^TK_{nm}G_m \\ \bar{F}_n + [G_m]^T\bar{F}_m \end{Bmatrix} \quad (6)$$

以上により剛性マトリックス $[K]$ の分割と式(3)、(6)の演算で拘束処理ができ、独立節点での変位を未知数とする剛性方程式が得られる。

3. 結合マトリックス $[G_m]$

解析に使用する要素は、板要素には1節点3自由度を持つ平面応力三角形要素と、1節点3自由度を持つ平板曲げ三角形要素を組み合わせたもので、棒要素はねじりを考慮する必要性より1節点7自由度を持つ薄肉断面はり要素を用いる³⁾。両要素の自由度は結合部で一致しないが、適合条件により結合マトリックスを求め両者の結合を討る。ここで結合マトリックスは次のようにして求める。今、図1に示すような結合部分と考えると、この結合部の従属節点は節点

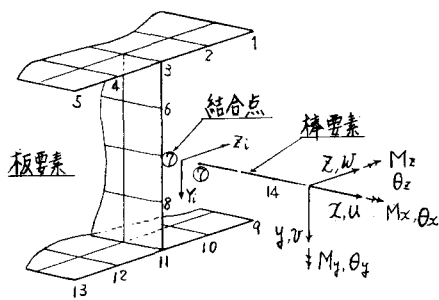


図1 板要素と棒要素の結合部

7を除く他の12節点となる。ここで曲げひずみは平面保持の仮定が成立するとし、上、下フランジ部はねじりによる変位を考慮すると各々の従属節点の変位は、独立節点7の変位により次式となる。

$$\left. \begin{aligned} U_i &= U_7 - Y_i \theta_{y7} + Z_i \theta_{z7} - Y_i Z_i \theta'_{x7} \\ V_i &= V_7 - Z_i \theta_{x7} \\ W_i &= W_7 + Y_i \theta_{x7} \\ \theta_{xi} &= \theta_{x7} \\ \theta_{yi} &= \theta_{y7} \\ \theta_{zi} &= \theta_{z7} \end{aligned} \right\} i=1 \sim 13 \quad (7)$$

(結合点7は除く)

Y_i, Z_i はX軸上の結合点から各々の節点までの距離である。これらをマトリックス表示すれば $[G_m]$ が求まる。

4. 数値計算例

図2は片持梁を例に、骨組解析を(I)、板要素のみによる解析を(II)、板要素と棒要素の結合による解析を(III)としてモデル化したものである。以下の計算においてはすべて図中に示す断面寸法・定数を使用し、要素分割はウェブを4分割、フランジ部の幅方向の分割数を n として $n=4 \sim 8$ 、長さ方向には10~20分割して解析した。また、板要素はすべて三角形要素を平均した矩形要素を用いた。図3は、図に示すように自由端に集中荷重を載荷し結合点の位置を変化させた時の精度について調べたものである。縦軸に自由端のたわみ v を梁理論値 v で無次元化し、横軸に結合点の位置をスパン l で無次元化して示した。

$n=4$ として板要素長(l/l)を変化させたが両者ともほぼ同様な変化を示し、 $l/l=0.3$ 程度では梁理論値と一致し、さらに l/l を大きくすると板要素解析値($l/l=1.0$)に近づいていくことがわかる。図4は同様の結合断面($l/l=0.3$)における応力分布を示したもので、直応力、せん断応力とも板要素のみの解析値(II)と比較的良好一致がみられる。図5は片持梁の自由端にねじり荷重を載荷した場合のねじり角の分布を示している。 $l/l=0.2$ の時、(I)、(II)と良く一致しているが、 $l/l=0.3$ で多少小さくなっている。図6はねじり荷重を載荷した場合の結合断面

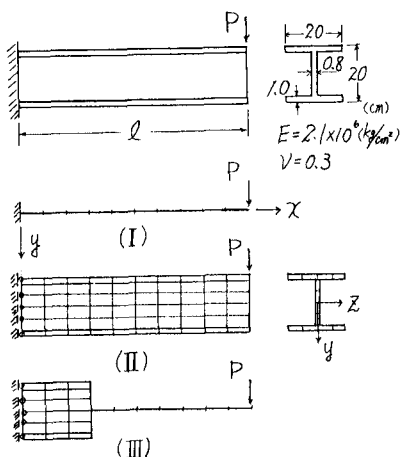


図2 解析モデル

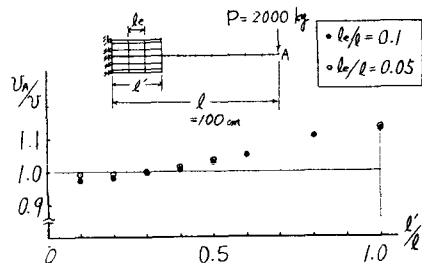


図3 結合点の位置と精度 ($n=4$)

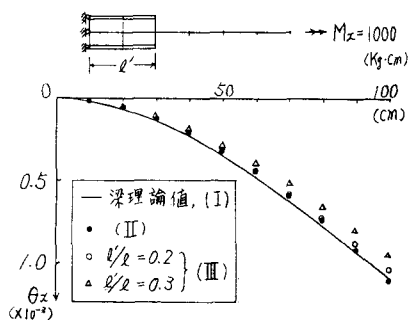


図5 ねじり角の分布 ($n=4, l/l=0.05$)

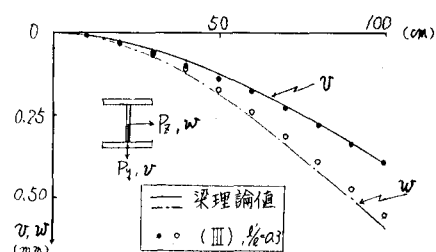


図7 たわみ曲線 ($n=4, l/l=0.1$)

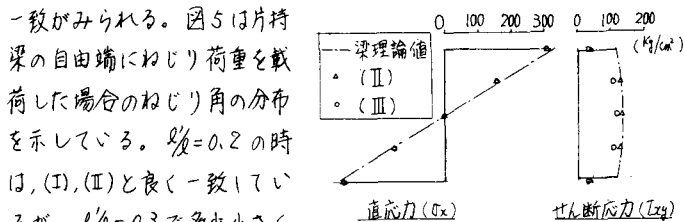


図4 結合断面の応力分布 ($l/l=0.1$)

におけるねじりによる直応力 σ_x の分布を示したもので(II)に比べ多少小さくなっている。図7は自由端に $P_y=1000$ kg, $P_z=500$ kgを載荷した時のたわみ曲線を示したもので良く一致している。以上より本法は板要素解析より自由度数が減らせ、計算時間が短縮でき実用上十分な精度が得られることが確かめられた。

図6 結合断面のねじり応力 τ_{xy} の分布 ($l/l=0.05$)

- 参考文献 1) 山尾, 崎元: 西部支那講演集, 1982.2 2) 山尾, 他3名: 西部支那講演概要集, 1983.2
3) 山尾, 崎元, 菊光: 第35回年次講演概要集, 1980.9