

1. まえがき

弾性地盤上の構造物の動的解析において、構造物と地盤の接触面を有限個の要素に分割する数値解法を利用するとき、地盤の柔性マトリックスが必要となる。この柔性マトリックスは各要素に作用する等分布加振力による各要素の中央変位として求められる。いま、各要素の変位と載荷要素の中央変位と載荷要素外の要素の変位に分けると、前者についてはさき一部まで報告した¹⁾。本文では、前報の結果も含め、載荷要素については矩形加振と円形加振の比較、また載荷要素外の変位については矩形加振、円形加振、点加振の比較を行い、地盤の柔性マトリックスに対して総合的な検討を加える。

2. 変位式

弾性体表面の矩形面に作用する上下方向等分布加振力 $g_x e^{i\omega t}$ による表面の上下変位 u_z および水平方向等分布加振力 $g_x e^{i\omega t}$ による表面の加振方向水平変位 u_x はそれぞれ次のように得られている²⁾。

$$u_z = -\frac{4a g_x e^{i\omega t}}{\pi^2 \mu_1 a_0} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \frac{\alpha_1 \Pi(\xi)}{\xi F(\xi) \cos \theta \sin \theta} T(\xi, \theta) d\theta d\xi \quad \text{---(1)} \quad u_x = -\frac{4a g_x e^{i\omega t}}{\pi^2 \mu_1 a_0} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \left\{ \frac{\beta_1 \Pi(\xi)}{\xi F(\xi)} \cos^2 \theta + \frac{H(\xi)}{\xi G(\xi)} \sin^2 \theta \right\} \frac{T(\xi, \theta)}{\cos \theta \sin \theta} d\theta d\xi \quad \text{---(2)}$$

一方、円形等分布加振力による変位は次の式のように表わされる³⁾。

$$u_z = -\frac{a C g_x e^{i\omega t}}{\mu_1} \int_0^{\infty} \frac{\alpha_1 \Pi(\xi)}{F(\xi)} J_0(R a_0 \xi) J_1(C a_0 \xi) d\xi \quad \text{---(3)} \quad u_x = -\frac{a C g_x e^{i\omega t}}{2 \mu_1} \int_0^{\infty} \left\{ \frac{\beta_1 \Pi(\xi)}{F(\xi)} D(\xi) + \frac{H(\xi)}{G(\xi)} E(\xi) \right\} J_1(C a_0 \xi) d\xi \quad \text{---(4)}$$

また、合力が等しい点加振力による変位は次の式のように求められる³⁾。

$$u_z = -\frac{b a_0 g_x e^{i\omega t}}{2 \pi \mu_1} \int_0^{\infty} \frac{\xi \alpha_1 \Pi(\xi)}{F(\xi)} J_0(R a_0 \xi) d\xi \quad \text{---(5)} \quad u_x = -\frac{b a_0 g_x e^{i\omega t}}{4 \pi \mu_1} \int_0^{\infty} \left\{ \frac{\xi \beta_1 \Pi(\xi)}{F(\xi)} D(\xi) + \frac{\xi H(\xi)}{G(\xi)} E(\xi) \right\} d\xi \quad \text{---(6)}$$

ここで、 $T(\xi, \theta) = \cos(\xi X a_0 \cos \theta) \cos(\xi Y a_0 \sin \theta) \sin(\xi a_0 \cos \theta / 2) \sin(\xi b_0 \sin \theta / 2)$ 、 $\alpha_1 = \sqrt{\xi^2 - \nu_1^2}$ 、 $\beta_1 = \sqrt{\xi^2 - 1}$ 、 $\gamma = \sqrt{(1 - 2\nu_1)/2(1 - \nu_1)}$ 、 $D(\xi) = J_0(R a_0 \xi) - (X^2 + Y^2) J_2(R a_0 \xi) / r^2$ 、 $E(\xi) = J_0(R a_0 \xi) + (X^2 + Y^2) J_2(R a_0 \xi) / r^2$ 、 $a_0 = \omega a / \nu_1$ 、 $b_0 = \omega b / \nu_1$ 、 $X = x/a$ 、 $Y = y/a$ 、 $R = r/a = \sqrt{X^2 + Y^2}$ 、 $C = \sqrt{(b/a)/\pi}$ (等価半径)

また L 、 a 、 b は矩形面の幅、 ν_1 、 μ_1 はそれぞれ表層のポアソン比とせん断弾性係数、ポアソン比である。なお、 $F(\xi)$ 、 $\Pi(\xi)$ 、 $D(\xi)$ 、 $E(\xi)$ 、 $H(\xi)$ 、 $G(\xi)$ は層剛性比、層厚などに関係する^{2), 3)}、幾何学的都合上その詳細については省略する。また、各変位式の数値計算には直接数値積分⁴⁾を利用し、数値積分の収束を早めるために工夫が加えられているがこれらについても詳細は省略する。ところで、式(1)、(3)、(5)および式(2)、(4)、(6)において、共通する項を除いて対応する項のみを注目すると、それぞれの対応する項は無次元振動数 a_0 、振源距離 x/a 、 y/a 、載荷面形状等に関係しているが、層剛性比、層厚等には依存していないことがわかる。

3. 載荷要素の中央変位

前報では、半無限弾性体において分割要素に矩形を用いた場合とこれと等価な面積の円形とした場合の変位の比較を示した。それによれば、分割要素に正方形を用いる限り、円形加振による変位で代用してよいことがわかった。次に、図-1は a_0 の変化による載荷面内の変位分布の変化を調べたものであるが、載荷要素

表-1 二層弾性体において載荷面形状が載荷面中央変位に及ぼす影響 ($a_0=0.5$, $\nu_1=1/3$)

	u_2/u_1	h_1/a	Square Source		Circular Source	
			Real Part	Imag. Part	Real Part	Imag. Part
$2\pi\mu_1 u_z$ ($1-\nu_1$) $a q_z$	2	5	3.5967	-0.6890	3.6169	-0.6892
	10	5	4.2243	-0.5417	4.2845	-0.5418
		1	2.2547	0.0000	2.2669	0.0000
	∞	5	4.0708	-0.0738	4.0924	-0.0738
		10	3.3717	-0.5574	3.4082	-0.5576
$2\pi\mu_1 u_x$ ($1-\nu_1$) $a q_x$	2	5	4.3557	-0.5915	4.3816	-0.5916
	10	5	4.3320	-0.5760	4.3770	-0.5762
		1	3.6597	0.0000	3.6789	0.0000
	∞	5	4.2863	-0.5894	4.3125	-0.5895
		10	4.3551	-0.6930	4.3886	-0.6932

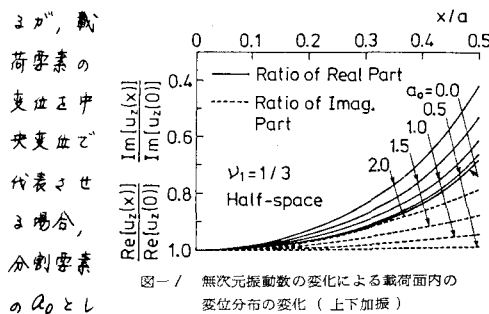


図-1 無次元振動数の変化による載荷面内の変位分布の変化 (上下加振)

では $\alpha_0 = 0.5$ 程度以下にすることが望ましい。また、表-1 は二層弾性体における中央変位と比較したものであるが、前述のごとく層剛性比、層厚に關係なく円形加振による変位で代用してよいことを示している。

4. 載荷要素外の変位 表-2 は α_0 の変化による載荷面外の変位と比較したものであるが、加振源が正方形

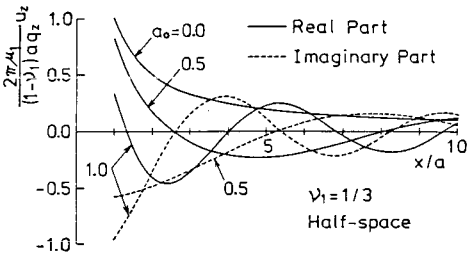
と円形では変位に差異があるものの座部はよく一致している。一方、点加振との比較では変位、座部とも差異が大きくなる傾向にあることがわかる。なお、表-

表-2 半無限弾性体において無次元振動数および載荷条件が載荷面外の変位に及ぼす影響 ($\nu_1 = 1/3$)

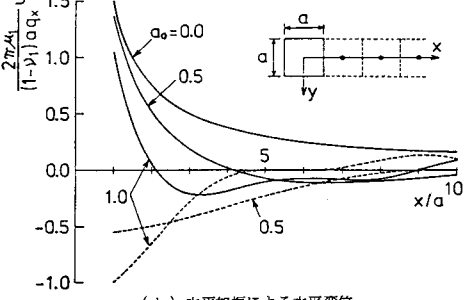
	α_0	Source	$x/a=1$		$x/a=2$		$x/a=3$		$x/a=5$	
			Real Part	Imag. Part	Real Part	Imag. Part	Real Part	Imag. Part	Real Part	Imag. Part
$2\pi u_z / (1-\nu_1) a q_z$	0.5	Square	0.8554	-0.5745	0.1797	-0.4779	-0.0849	-0.3375	-0.2214	-0.0317
		Circular	0.8172	-0.5748	0.1740	-0.4781	-0.0872	-0.3377	-0.2225	-0.0317
		Point	0.8228	-0.5800	0.1745	-0.4823	-0.0889	-0.3404	-0.2249	-0.0314
	1.0	Square	0.3835	-0.9297	-0.3830	-0.3518	-0.3391	0.1545	0.2278	0.1149
		Circular	0.3453	-0.9312	-0.3900	-0.3522	-0.3425	0.1550	0.2268	0.1151
		Point	0.3489	-0.9647	-0.4100	-0.3613	-0.3565	0.1662	0.2391	0.1196
$2\pi u_x / (1-\nu_1) a q_x$	0.5	Square	1.3793	-0.5454	0.5246	-0.4925	0.1951	-0.4134	-0.0675	-0.2249
		Circular	1.2931	-0.5456	0.5121	-0.4926	0.1909	-0.4135	-0.0690	-0.2250
		Point	1.3807	-0.5507	0.5255	-0.4971	0.1953	-0.4171	-0.0687	-0.2264
	1.0	Square	1.0385	-0.9663	0.6505	-0.6303	-0.2021	-0.2792	-0.0983	0.0047
		Circular	0.9527	-0.9674	0.6372	-0.6309	-0.2073	-0.2793	-0.1002	0.0047
		Point	1.0509	-0.9942	0.6437	-0.6449	-0.2111	-0.2812	-0.0985	0.0071

2 の変位は表-1 のそれよりも小さく、変位マトリックスとしては載荷要素の中央変位を精度よく求める必要があることは言うまでもない。次に、表-2 の結果をふまえて、正方形加振の代りに合力が等しい点加振で置き換えるものとして α_0 の変化による載荷面外の変位分布を調べたものが図-2 である。同図は α_0 の増加とともに分割要素の中央変位で x/a に対する変位分布を代表することにより示している。図-1 の結果とともに、これらも分割要素の α_0 として $\alpha_0 = 0.5$ 程度以下にすることが望ましいことがわかる。一方、表-3 は二層弾性体における載荷条件の比較で層剛性比の影響を与えるかどうかを調べたものである。同表より、層剛性比に關係なく正方形加振の代りに合力が等しい点加振で代用しても差し支えないことがうかがえる。

5. あとがき 以上のよう、地盤の弾性マトリックスに於けるいくつかの検討を述べたが、さらに分割要素の α_0 について文献4) の結果も参考に示す。同文献では半無限弾性体の複素剛性に



(a) 上下加振による上下変位



(b) 水平加振による水平変位

図-2 点加振力による載荷面外の変位分布に及ぼす無次元振動数の影響

表-3 二層弾性体において層剛性比および載荷条件が載荷面外の変位に及ぼす影響 ($\nu_1 = 1/3, \alpha_0 = 0.5, h_1/a = 5$)

	u_2/u_1	Source	$x/a=1$		$x/a=2$		$x/a=3$		$x/a=5$	
			Real Part	Imag. Part	Real Part	Imag. Part	Real Part	Imag. Part	Real Part	Imag. Part
$2\pi u_z / (1-\nu_1) a q_z$	2	Square	0.9874	-0.6588	0.2884	-0.5729	-0.0132	-0.4434	-0.2467	-0.1302
		Circular	0.9494	-0.6591	0.2830	-0.5731	-0.0152	-0.4435	-0.2475	-0.1302
		Point	0.9584	-0.6640	0.2864	-0.5773	-0.0146	-0.4467	-0.2498	-0.1309
	10	Square	1.6041	-0.5344	0.8712	-0.5128	0.5092	-0.4777	0.0682	-0.3736
		Circular	1.6062	-0.5345	0.9058	-0.5128	0.5473	-0.4778	0.1074	-0.3736
		Point	1.6148	-0.5356	0.9093	-0.5139	0.5487	-0.4788	0.1071	-0.3744
$2\pi u_x / (1-\nu_1) a q_x$	2	Square	1.4611	-0.0728	0.7581	-0.0700	0.4416	-0.0655	0.1147	-0.0519
		Circular	1.4245	-0.0728	0.7541	-0.0700	0.4410	-0.0655	0.1152	-0.0519
		Point	1.4315	-0.0730	0.7562	-0.0702	0.4413	-0.0656	0.1145	-0.0520
	10	Square	1.3799	-0.5747	0.5192	-0.5264	0.1798	-0.4523	-0.1105	-0.2623
		Circular	1.2951	-0.5748	0.5081	-0.5265	0.1770	-0.4524	-0.1106	-0.2624
		Point	1.3804	-0.5782	0.5193	-0.5295	0.1793	-0.4549	-0.0916	-0.2885
		Square	1.3559	-0.5647	0.4933	-0.5316	0.1486	-0.4789	-0.1700	-0.3311
		Circular	1.2900	-0.5649	0.5012	-0.5317	0.1647	-0.4791	-0.1511	-0.3312
		Point	1.3766	-0.5679	0.5137	-0.5345	0.1685	-0.4816	-0.1510	-0.3330
		Square	1.3119	-0.5783	0.4542	-0.5456	0.1164	-0.4937	-0.1869	-0.3468
		Circular	1.2274	-0.5784	0.4434	-0.5458	0.1139	-0.4938	-0.1866	-0.3469
		Point	1.3138	-0.5814	0.4559	-0.5486	0.1177	-0.4964	-0.1865	-0.3487

参考文献

- 1) 北村他: 土木学会関西支部年報, I-17, 1983.
- 2) 北村他: 建設工学研究所報告, 22, pp.167~186, 1980.
- 3) 北村他: 建設工学研究所報告, 22, pp.145~166, 1980.
- 4) 北村他: 土木学会論文報告集, 290, pp.43~52, 1979.