

専修大学北海道短期大学 正員 三上 敬司
 北海道大学 正員 能町 純雄
 室蘭工業大学 正員 松岡 健一

1. まえがき

剛体基礎と地盤と接する部分に減衰バネを付けた剛体基礎^(1,2)の強制振動問題については、剛体基礎から地盤へ伝達される力として考えているだけで、地盤自体の固有応答特性を考慮に入れていない。

本論文では、半無限弾性体自身も持っている応答特性を考慮に入れて、半無限弾性体上の質量をもたない剛円板に減衰バネによって接する剛体基礎に鉛直振動力を作用させた場合の剛体基礎と半無限弾性体の相互作用を検討してみる。

2. 解析方法

図-1のように、半無限弾性体上の質量をもたない剛円板にバネのバネ定数 k 、減衰係数 c である減衰バネによって支えられている剛体基礎に鉛直振動力を作用させた場合の変位応答倍率、振動伝達率を求めてみる。

鉛直振動力 $P e^{i\omega t}$ を質量 M である剛体基礎に作用させた場合のバネの鉛直変位 $\delta_1 = \bar{\delta}_1 e^{i\omega t}$ ($\bar{\delta}_1$: 変位振幅)、半無限弾性体の鉛直変位 $\delta_0 = \bar{\delta}_0 e^{i\omega t}$ ($\bar{\delta}_0$: 変位振幅)とすると、剛体基礎の運動方程式は、次式となる。

$$M \ddot{\delta}_1 + c(\dot{\delta}_1 - \dot{\delta}_0) + k(\delta_1 - \delta_0) = -P e^{i\omega t} \quad (1)$$

剛体基礎から半無限弾性体へ伝達される力の反力 V は、バネの力 $k(\delta_1 - \delta_0)$ 、減衰力 $c(\dot{\delta}_1 - \dot{\delta}_0)$ との和であるから、

$$V = -c(\dot{\delta}_1 - \dot{\delta}_0) - k(\delta_1 - \delta_0) \quad (2)$$

図-2のような半無限弾性体上の質量をもたない半径 r_0 の剛円板上に鉛直振動力を作用させた場合の鉛直変位 δ_0 と鉛直振動力 V の関係式は、次式となる。

$$\delta_0 = -C_{vv} \cdot V \quad (V = \bar{V} e^{i\omega t} : \bar{V} : \text{振動力} \cdot \text{振幅}) \quad (3)$$

C_{vv} : 鉛直振動力による複素コンプライアンス $C_{vv} = C_{vv}(R) + i C_{vv}(I)$

式(1)、(2)、(3)を用いて、変位応答倍率を求めると、

$$\left| \frac{G_0 r_0 \bar{\delta}_0}{P} \right| = \frac{1}{b a_0^2} \left\{ \frac{K^2 (1 + 4 R^2 \frac{b a_0^2}{K}) (\overline{C_{vv}^2}(R) + \overline{C_{vv}^2}(I))}{F(a_0)} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

振動伝達率を求めると、

$$\left| \frac{\bar{V}}{P} \right| = \frac{1}{b a_0^2} \left\{ \frac{K^2 (1 + 4 R^2 \frac{b a_0^2}{K})}{F(a_0)} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

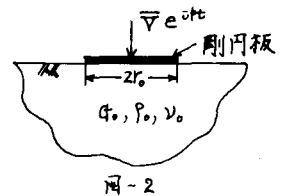
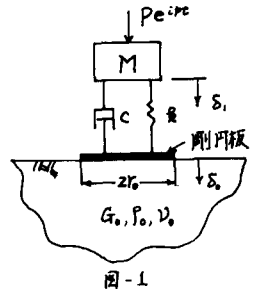
ところで、

$$F(a_0) = \left(\frac{K}{b a_0^2} \right)^2 + 1 + 2K \overline{C_{vv}}(R) + K^2 (\overline{C_{vv}^2}(R) + \overline{C_{vv}^2}(I)) - \frac{2K}{b a_0^2} (1 + K \overline{C_{vv}}(R)) - 4 R (K b a_0^2)^{\frac{1}{2}} \overline{C_{vv}}(I) \\ + 4 \left(\frac{K}{b a_0^2} \right)^2 R^2 \left\{ 1 - 2b a_0^2 \overline{C_{vv}}(R) + (b a_0^2)^2 (\overline{C_{vv}^2}(R) + \overline{C_{vv}^2}(I)) \right\}$$

$K = \frac{k}{G_0 r_0}$ 、質量比 $b = \frac{M}{\rho_0 r_0^3}$ 、無次元円振動数 $a_0 = \left(\frac{\rho_0}{G_0} \right)^{\frac{1}{2}} \omega r_0$ 、減衰定数 $R = c / \sqrt{M R}$

ρ_0 、 G_0 は、半無限弾性体の密度、せん断弾性係数である。 $\overline{C_{vv}}(R) = \overline{C_{vv}}(R) / G_0 r_0$: 複素コンプライアンスの実数部

$\overline{C_{vv}}(I) = \overline{C_{vv}}(I) / G_0 r_0$: 複素コンプライアンスの虚数部



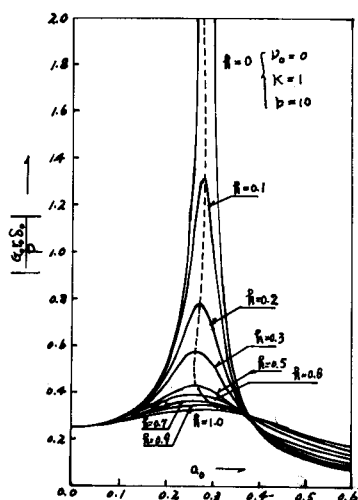


図-3

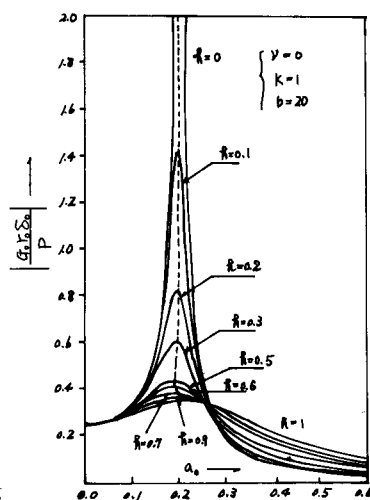


図-4

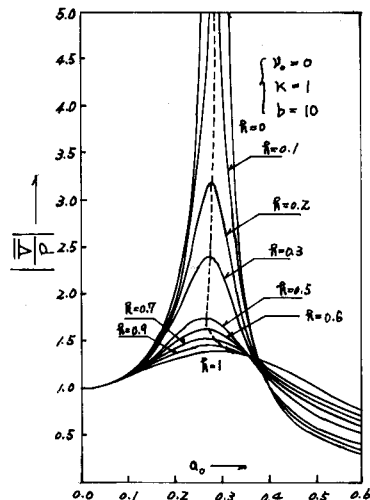


図-5

3. 数値計算例

数値計算の結果において、パラメーターを 半無限弾性体のポアソン比 $\nu_0 = 0$, $K = 1$, 質量比 $b = 10, 20$, 減衰定数 $R = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.6, 0.7, 0.9, 1.0$ として、無次元円振動数 q_0 に対する変位応答倍率、振動伝達率を 図-3 図-6 に示している。減衰定数 $R = 0$ の場合で、 $K = 1, 3, \infty$ として、質量比 b に対する最大変位応答倍率を 図-7 に示している。

図-3, 4 に関して、減衰定数 R が大きくなるに従って、変位応答倍率の最大値は、小さくなる。最大変位応答倍率のときの q_0 は、 $0 \leq R \leq 0.6$ の範囲では、徐々に小さくなるが、 $0.7 \leq R \leq 1.0$ の範囲では、逆に、徐々に大きくなる傾向にある。質量比 b が大きくなると、最大値は、大きくなるが、より低い振動数のところに現われている。

図-5, 6 に関しても、同様の傾向が現われ、減衰定数 R が大きくなるに従って、振動伝達率の最大値は、小さくなる。

図-7 に関して、減衰定数 $R = 0$ の場合、 K が小さくなるに従って、最大変位応答倍率は、大きくなり、質量比に比例して大きくなる傾向にある。 K が、無限大になる場合は、半無限弾性体上に剛密着している剛体の定常振動を意味し、応答倍率は、 $K = 1, 3$ に比して、非常に小さな値を示している。 $R = 0$ の場合は、大きな不定数のときは、応答倍率が、小さくなる。

4. あとがき

$0.7 \leq R \leq 1.0$ の範囲では、共振振動数が、大きくなる傾向にあるが、このことは、今、検討中である。

5. 参考文献

- 1) 小坪清真：土木振動学 2) 小西一郎、高岡宣：構造動力学
- 3) 三上、能野、松岡：“半無限弾性体へ剛体と落下させた場合の衝撃力について”、土木学会北海道支部論文報告集、1983、第 89 号

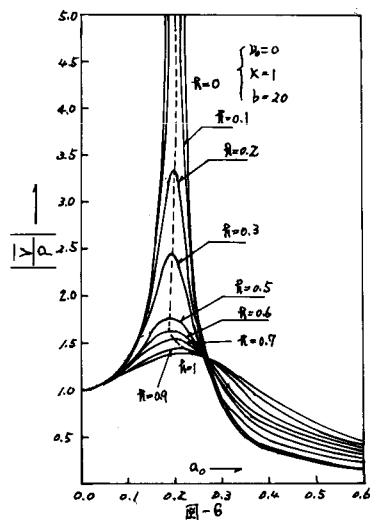


図-6

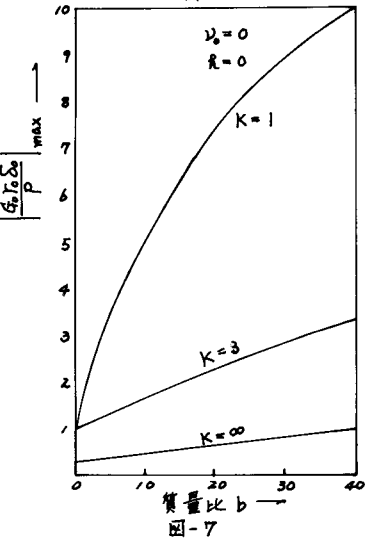


図-7