

武蔵工業大学 正会員 ○星谷 勝
フジタ工業(株) 正会員 斉藤 悦郎

1. はじめに

本研究は、制御理論の拡張カルマンフィルタ^(*)1)を用いて線形多自由度質点系の各パラメーターの推定を行ったものである。ここでは、重み付きのグローバルな繰返し方法、及び安定性評価基準^(*)4)を提案した。例題として、入力及び各質点の観測データが得られる場合の3自由度、入力及び1質点のみの観測データしか得ることができない場合の2自由度系を取り上げた。そして、重み付きのグローバルな繰返し方法、安定性評価基準を拡張カルマンフィルタに併用したことによる有効性を、これらの例題から数値解析的に明らかにした。

2. 拡張カルマンフィルタ^(*)1)

拡張カルマンフィルタは、非線形連続型状態方程式(1)式と非線形離散型観測方程式(2)式

$$dx_t/dt = f(x_t, t) \quad (1) \quad x_{t_0} \sim N(\hat{x}_{t_0}, P_{t_0})$$

$$y_{t_k} = h(x_{t_k}, t_k) + v_k \quad (2) \quad v_k; \text{ ガウス白色雑音 } E[v_k, v_l^T] = \delta_{kl} \delta_{kl} \delta_{kl}, \text{ クロネッカー・デルタ関数}$$

に対する(3)~(7)式の漸化的なアルゴリズムで、初期の最適推定値 $\hat{x}(t_0)$ と初期の推定誤差の共分散値 $P(t_0)$ が与えられれば、漸化的に最適な状態推定値を求めることができる。

$$\hat{x}(t_{k+1}|t_k) = \hat{x}(t_k|t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} f(\hat{x}(t|t_k), t) dt \quad (3)$$

$$P(t_{k+1}|t_k) = \Phi(t_{k+1}|t_k; \hat{x}(t_k|t_k)) P(t_k|t_k) \Phi^T(t_{k+1}|t_k; \hat{x}(t_k|t_k)) \quad (4)$$

$$\hat{x}(t_{k+1}|t_{k+1}) = \hat{x}(t_{k+1}|t_k) + K[t_{k+1}; \hat{x}(t_{k+1}|t_k)] [y_{t_{k+1}} - h(\hat{x}(t_{k+1}|t_k), t_{k+1})] \quad (5) \quad (6)$$

$$P(t_{k+1}|t_{k+1}) = [I - K[t_{k+1}; \hat{x}(t_{k+1}|t_k)] M[t_{k+1}; \hat{x}(t_{k+1}|t_k)] P(t_k|t_k) [I - K[t_{k+1}; \hat{x}(t_{k+1}|t_k)] M[t_{k+1}; \hat{x}(t_{k+1}|t_k)]^T + K[t_{k+1}; \hat{x}(t_{k+1}|t_k)] R(t_{k+1}) K^T[t_{k+1}; \hat{x}(t_{k+1}|t_k)] \quad (7)$$

$$K[t_{k+1}; \hat{x}(t_{k+1}|t_k)] = P(t_{k+1}|t_k) M^T[t_{k+1}; \hat{x}(t_{k+1}|t_k)] [M[t_{k+1}; \hat{x}(t_{k+1}|t_k)] P(t_{k+1}|t_k) M^T[t_{k+1}; \hat{x}(t_{k+1}|t_k)] + R(t_{k+1})]^{-1}$$

ここに： $\hat{x}(t_k|t_k)$ ； y_{t_k} が与えられた時の t_k 時間における状態推定ベクトル(最適推定値)

$P(t_k|t_k)$ ； $\hat{x}(t_k|t_k)$ と真の値 x_{t_k} との差の共分散行列 $\hat{x}(t_{k+1}|t_k)$ ； y_{t_k} が与えられた時の t_{k+1} における状態推定ベクトル

$P(t_{k+1}|t_k)$ ； $\hat{x}(t_{k+1}|t_k)$ と真の値 $x_{t_{k+1}}$ との差の共分散行列 $K[t_{k+1}; \hat{x}(t_{k+1}|t_k)]$ ； t_{k+1} でのフィルタゲイン行列

y_{t_k} ； t_k 時間での観測ベクトル v_k ； $\{v_1, \dots, v_k\}$ I ；単位行列 $M[t_{k+1}; \hat{x}(t_{k+1}|t_k)] = \left[\frac{\partial h_i(x_{t_{k+1}}; t_{k+1})}{\partial x_j} \right]_{x_{t_k} = \hat{x}(t_k|t_k)}$

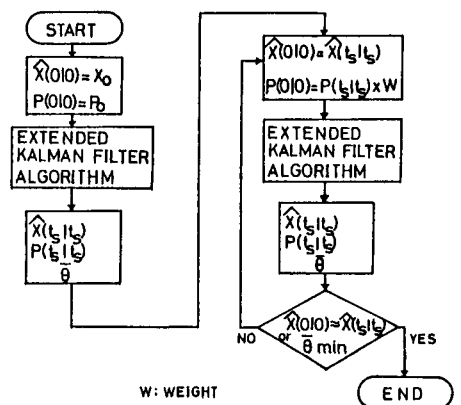
$\Phi(t_{k+1}|t_k; \hat{x}(t_k|t_k)) \cong I + \Delta F[t_{k+1}; \hat{x}(t_k|t_k)]$ ただし $F[t_{k+1}; \hat{x}(t_k|t_k)] = \left[\frac{\partial f_i(x_{t_{k+1}}; t_{k+1})}{\partial x_j} \right]_{x_{t_k} = \hat{x}(t_k|t_k)}$

次に同定問題への拡張を行なう。まず(2)式の右辺を、入力を含めたものとして読み替え、次に同定するパラメーターを、システム状態変数ベクトルと直列に組み込む。このよう

にして、拡張カルマンフィルタのアルゴリズムを用いることにより、システム状態変数の最適推定値と、パラメーターの最適推定値を同時に求めることができる。

3. 同定結果の安定性評価基準^(*)4)

我々は、ある有限個の観測データから任意の初期条件の基で同定を行なう。このため同定結果がほんとうに安定した結果であるか、の疑問が残る。そこで同定結果が初期条件の影響を受けなければ安定である、という基本的な考え方をもとに、図-1のアルゴリズムを構成した。このアルゴリズムは、任意の初期値 $\hat{x}_0$ での同定結果 $\hat{x}(t_0|t_0)$ を初期値 $\hat{x}(t_0|t_0)$ として再び同定を行なう方法である。そしてこのグローバルな繰返しにより、 $\hat{x}(t_0|t_0)$ と $\hat{x}(t_0|t_0)$ の値



W: WEIGHT

図-1 同定結果の安定性評価のアルゴリズム

がほぼ等しくなる $\hat{x}(t_0|t_0)$ を、安定した同定結果であると判断するものである。また $P(t_0|t_0)$ は、初期値 $\hat{x}(t_0|t_0)$ の動き易さを意味したもので、可制御性であれば $P(t_0|t_0)$ の値は、かなり小さくなる。この理由からアルゴリズム中に導入した重み W は、各グローバルな繰返し初期の活性化による、不安定な同定結果の判断し易さと、安定速度を高める効果を意図したものである。次にこのアルゴリズムを用いても、パラメーターの同定結果がある値に漸近してこない場合には、

$$\hat{x}_{ik} = \hat{x}_{ik} - \alpha_i(t_k|t_k), \quad \hat{x}_i = \left(\sum_{k=1}^S \hat{x}_{ik}^2 \right) / \left(\sum_{k=1}^S \hat{x}_{ik}^2 \right)$$

$$\bar{\theta} = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^S \hat{\theta}_i, \quad \bar{\theta} = \left\{ \sum_{i=1}^S (\hat{\theta}_i - \bar{\theta})^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

ここで、 S ；観測波形のデータ数、 α_i ；観測波形の波形数の評価値 $\bar{\theta}$ を用い、 $\bar{\theta}_{min}$ の評価基準を導入することにより、その判断を行った。この $\bar{\theta}_{min}$ は、各観測波形と最適推定値の差の正規化2乗平均(8)がバランス良く最小になる値を意味したものである。

4. 同定に用いた観測波形

同定に用いた観測波形は、それぞれモデルに対して応答計算を行ない、応答波形の2乗平均値に対して5%の雑音を付加した波形を用いた。入力加速度波形は、0.1~10.0Hzの有帯域白色雑音を用い、最大加速度 1.0 m/sec^2 継続時間15sec, サンプル間隔0.01 secとした。

5. 同定結果

— 3自由度系(質量既知)の場合 — 表-1にここで用いた初期条件を示した。表-2は、各パラメーターの各重み付き($W=100.0$)グローバルな繰返しに対する同定結果を示したもので、7回程度の繰返しを行えば、各パラメーターは、一定値

表-2 同定結果(3自由度系)

GIT	$Y_1(\text{cm})$	$Y_2(\text{cm})$	$Y_3(\text{cm})$	$\hat{x}_1$	$\hat{x}_2$	$\hat{x}_3$	$\hat{c}_1$	$\hat{c}_2$	$\hat{c}_3$	$\bar{\theta}$
1	20.32	86.30	125.0	59.69	220.2	374.6	-1.83	8.261	69.51	74.85
2	8.751	51.49	63.82	58.30	211.7	609.3	-0.56	8.558	93.37	40.87
3	5.162	10.81	17.77	49.36	328.2	730.5	1.290	10.82	-3.11	8.930
4	4.740	5.090	7.540	46.81	370.9	764.8	1.317	7.800	2.514	2.150
5	4.728	4.753	5.080	46.13	400.1	747.1	1.302	6.183	6.302	0.278
6	4.728	4.731	4.749	45.94	411.7	736.1	1.299	5.617	7.250	0.016
7	4.728	4.731	4.736	45.92	413.2	734.6	1.299	5.517	7.347	0.006
8	4.728	4.731	4.735	45.92	413.3	734.5	1.299	5.516	7.347	0.006
9	4.728	4.731	4.735	45.92	413.3	734.5	1.299	5.516	7.347	0.006
10	4.728	4.731	4.735	45.92	413.3	734.5	1.299	5.516	7.347	0.006
Exact Values				45.93	413.3	734.8	1.299	5.511	7.350	

GIT: Global Iteration Times

に漸化し、真の値とほとんど一致することがわかる。また、 $\hat{x}_{1,2,3}$ は5%程度となり、観測波形に付加した雑音5%と良い対応がつかう。

— 2自由度系(質量未知)の場合 — ここでは質量が未知であるため、 $\frac{R_1}{m_1}$, $\frac{R_2}{m_2}$, $\frac{C_1}{m_1}$, $\frac{C_2}{m_2}$ を同定するパラメーターとした。図-2は、 $\bar{\theta}$ に対するグローバルな繰返しによる同定結果を示したもので、グローバルな繰返しを行っても、各パラメーター値は一定値に漸近しない。図中の○印は、 $\bar{\theta}_{min}$ の繰返し時の同定結果を示したもので、各パラメーター値とも、真の値の10%以内に納めることができる。このことから、ここで提案した評価基準がこのような場合に有効であることが数値的に確かめられた。

*参考文献

- 1) Jazwinski A.H : Stochastic processes and filtering theory Academic press 1970
- 2) Yun C-B and Shinozuka : Identification of nonlinear -- J. Struct. Mech. 8(2)/1990
- 3) Carmichael D.G : The state estimation problems-- ASP 3rd Int. Conf. 1999.2
- 4) 星谷・青藤：拡張カルマンフィルタを用いた同定問題の各種振動系への応用土論(投稿中)

	x_1	x_2	x_3	$\hat{x}_1$	$\hat{x}_2$	$\hat{x}_3$
$\hat{x}(t_0 t_0)$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$p(t_0 t_0)$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	k_1	k_2	k_3	c_1	c_2	c_3
$\hat{x}(t_0 t_0)$	100.0	100.0	100.0	1.000	1.000	1.000
$P(t_0 t_0)$	1000.	1000.	1000.	1000.	1000.	1000.

R=1.0*10⁴ W=100.0

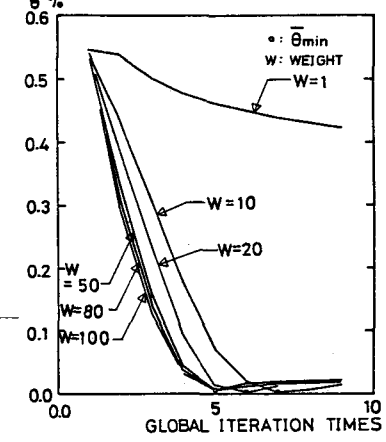
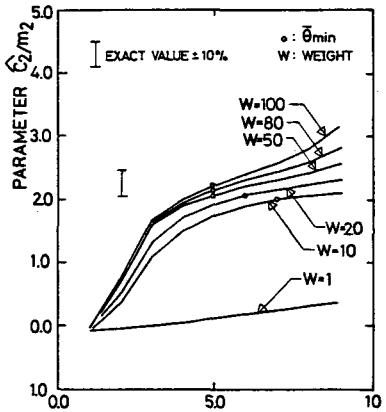
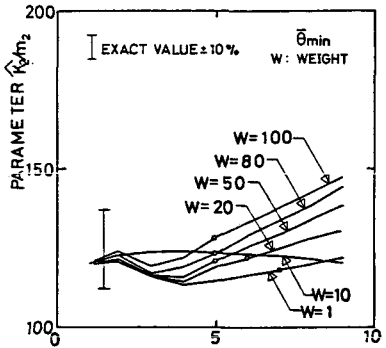


図-2 同定結果(2自由度系)