

武蔵工業大学 正会員 星谷 勝
清水建設(株) 正会員 石井 清
廣瀬鋼材産業(株) 正会員 大谷 義則

§1. はしかり

本研究では1自由度系の単入出力問題において、入出力波形を既知として系をARMAモデルで表わしカルマンフィルターによる同定を試みた。検討項目は次の3点である。

- [1] Z変換による漸化式によって作成したシミュレーション波形を用いて、理論上のARMAモデルのパラメータが求められることを示し、カルマンフィルターの有効性を確認した。
- [2] 線形加速度法で計算した1自由度系の変位応答波形と入力波形を用いて系を同定した。ARMAモデルの項数の設定と精度の関係について検討を行った。
- [3] カルマンフィルターを構成する出力に混入していると考えられる誤差(ホワイトノイズの分散値)と推定値の共分散、以上2つのパラメータの設定法について検討した。

§2. 解析方法

本研究で用いた方法は、参考文献(2)に示められているカルマンフィルターのアルゴリズムを用いた。カルマンフィルターは厳密であるが簡単には、信号や雑音の時系列を実時間で扱え、信号のある白色記号によってドライブされた線形ダイナミカルシステムの出力として観測された信号とモデルの推定値との自乗誤差を逐時くり返し計算により最小にもっていくフィルターである。系の同定に対してカルマンフィルターを(1)式の測定方程式、(2)式の信号過程式で構成した。ここで、入力を u_R 、応答を x_R 、混入するノイズを w_R として系の動特性を $a_1 \sim a_n$ 、 $b_1 \sim b_r$ のパラメータにより表わす。

$$x_R = -\sum_{l=1}^n a_l x_{R-l} + \sum_{l=1}^r b_l u_{R-l} + w_R = f_R^T H_R + w_R \quad (1)$$

$$H_R = E H_{R-1} \quad (H = [-a_1, -a_2, \dots, -a_n, b_0, \dots, b_r], E^T: \text{単位ベクトル}) \quad (2)$$

(1), (2)式で構成したカルマンフィルターにより同定したベクトル $\hat{H}_R$ は(3)式により与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \hat{H}_R &= \hat{H}_R + P_R f_R w_R^{-1} [x_R - f_R^T H_{R-1}] \\ P_R &= [P_{R-1} + f_R w_R^{-1} f_R^T] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

§3. 計算例とその考察

[1] 1自由度系のZ変換による漸化式の同定

1自由度系(固有円振動数 $\omega_0 = 15.556 \text{ rad/sec}$, 減衰定数 $\beta = 0.42$)のZ変換による漸化式⁽⁴⁾を用いて作成した波形に対してパラメータの同定を行った(u_R はホワイトノイズの加速度入力, x_R は変位出力)。

$$\begin{aligned} x_R &= 2e^{-\beta\omega_0\Delta t} \cos \omega_0\sqrt{1-\beta^2} \Delta t x_{R-1} - e^{-2\beta\omega_0\Delta t} x_{R-2} - \frac{1}{\omega_0\sqrt{1-\beta^2}} e^{-\beta\omega_0\Delta t} \sin \omega_0\sqrt{1-\beta^2} \Delta t u_{R-1} \\ &= 1.8549 x_{R-1} - 0.87751 x_{R-2} - 0.934 \times 10^{-4} u_{R-1} \end{aligned} \quad (4)$$

ARMAモデルとして2-1, 5-1, 2-5の3種類を考えた。3ケースの係数収束値を表-1に示す。同定結果より以下の考察ができる。

① 3ケースのいずれの場合も理論値に十分近い値へ収束しており、カルマンフィルターの適用性を確認できた。

表-1 [1]の同定結果

	AR					MA				
	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅
Z変換式	1.85490	0.87751				0.934×10^{-4}				
CASE 1-1	1.8534	0.8757				0.9338×10^{-4}				
CASE 1-2	1.8534	0.87338	0.2365×10^{-3}	0.1258×10^{-2}	0.2450×10^{-3}	0.9338×10^{-4}				
CASE 1-3	1.8533	0.87573				0.9338×10^{-4}	0.912×10^{-2}	0.1368×10^{-1}	0.5736×10^{-1}	0.120×10^{-1}

② 5-1型の $a_3 \sim a_5$ の係数および2-5型の $b_2 \sim b_5$ 係数は他の係数項と相対的に ± 0 と ± 0.5 とがで
き、2-1型で十分は同定結果を得た。

③ このシミュレーション波形は観測系に有する誤差が非常に小さいため、高いフィルター効果が表示された。
ARMAモデルを同定しうる最低次数項よりも拡張させた場合カルマンフィルターは不要な係数を0に収束させ
同時に十分は最低係数のモデルを作る効果を有すること加わった。

〔2〕線形加速度法による1自由度系の入出力波による同定

ARMAモデルの項数を変化させ、線形加速度法による応答波形を対象に同定を行
った。検討した解析ケースを表-2に示す。ケース3-1~3-3では(1)式を、
ケース3-4では(5)式をそれぞれシステムのモデル式とした。

$$Z_R = - \sum_{i=1}^p a_i Z_{R-i} + \sum_{i=0}^q b_i U_{R-i} + W_R \quad (5)$$

推定係数値を表-3に、最適は同定結果と行った

ケース3-4による系の伝達関数を図-1に示した。

結果より以下のことが考察できる。

① 結果としてARMAモデル中のMA項数の増加
が同定結果を高めた。これは入力加速度の最大値
の 0.268×10^3 に対して出力の変位の最大値が
 0.296 と差が大きく、線形結合させた場合、誤差
の負担がMA係数にかかるためと考えられる。

② AR項数の増加には意味がなく2係数で十分は同定結果を得た。
モデル式を理論上同定可能は(1)式と異なる(5)式としたケース3-
4が最適は結果と行った理由として線形加速度法では Z_R の推定式
が U_{R-1} では無く U_R をその式の中にとり入れていること、および
 U_R は加速度入力のため、 U_R と U_{R-1} とは値が相当に違うこと
から、 Z_R と U_R の方が相関度が高くはるためと考えられる。

〔3〕フィルターのパラメータの検討

フィルターに与えるパラメータの設定に関して事前にシステム内の誤差情報を分析することは一般に困難であ
り設定によっては発散現象あるいは収束が極めて遅くはなり本来のフィルター効果を期待することはむずかしい。
よって設定方法としてパラメータを様々な条件で設定し、一定時間のくり返し計算を行い収束速度より実験的に
パラメータを設定するやり方が考えられる。検討結果については発表時報告する。

§4. まとめ

1自由度系の単入出力波形の同定に対し、理論上のARMAモデルよりもMA項数を増加させた2-3型が最
低次数として最適は同定結果を与えたが、これは線形加速度法に含まれる数値計算誤差によると考えられる。
カルマンフィルターの同定に際しては対象とする現象を正しいシステムモデルでとらえることとモデルに関する
正しい事前情報(動特性、誤差、状態量初期値)を得ることの両者が必要とされる。今後、多自由度系にモデル
を拡張していくときには、カルマンフィルターのパラメータを適当に短い一定時間のくり返し計算により実験的
に設定し、初期段階としては係数項の多いARMAモデルでとらえ、フィルター効果の上昇とともにモデルを単
純化していくステップが最適は方法と考える。

参考文献 (1) 尾坂, 高岡, 星谷; 土木構造設計法, 4.4.2, 土木学会編, 新体系工不工学 12, 技報堂
出版, 1981. (2) 有本: カルマンフィルター, 7. フィルター理論の実験的側面, pp 192~193,
産業図書, 1977.

表-2 ARMAモデルの項数

CASE	AR	MA
3-1	5	2
3-2	2	5
3-3	2	3
3-4	2	3

表-3 〔2〕の同定結果

CASE	AR					MA				
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
3-1	1.855	-0.87286	-0.22789×10^3	0.15723×10^3	-0.90615×10^3	-0.62436×10^3	-0.1557×10^3			
3-2	1.8541	-0.87449				-0.62449×10^3	-0.15567×10^3			
3-3	1.8523	-0.87482				-0.6244×10^3	-0.1579×10^3	0.35937×10^3	0.57809×10^3	0.70487×10^3
3-4	1.8535	-0.87524				-0.15563×10^3	-0.62334×10^3	-0.15615×10^3		

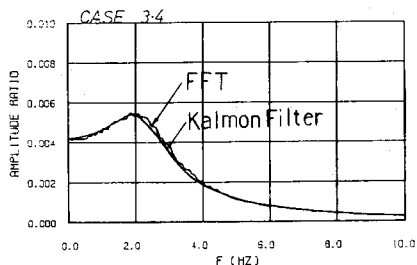


図-1 1自由度系の伝達関数