I-11　変断面ばりのたわみ近似計算法

日本鋼管工事(株)　正員　永島哲之
群馬高専　正員　佐藤蕃

1　まえがき　橋梁などの桁，機械装置における段付軸などの連続あるいは不連続変断面ばりの載荷による曲げたわみ，たわみ角を求める場合は，たわみの微分方程式を直接解くか，弾性荷重法による方法などが利用されているが，その計算また図解法は可成り複雑で手間を要するものである。

そこで，同一荷重条件に対する仮想の等価等断面ばりなるものが求められれば，等断面ばりの既知のたわみ式，たわみ角式を利用して容易に曲げたわみ，たわみ角が求まることに着目して，この仮想等価等断面ばりを弾性荷重法の理論に基づいて誘導し，仮想の平均断面2次モーメント I_{mean} を各断面の断面2次モーメント I_n の簡易な級数係数をもつ近似平均値として求めることが出来た。

この I_{mean} は電卓で機械的に簡単に計算でき，従ってたわみ，たわみ角は容易に近似値が得られ，又分割数を増すことにより I_{mean} の精度を上げうることが判明した。

以下代表的な荷重条件に対する仮想等価等断面ばりの平均断面2次モーメント I_{mean} の式を列挙し，その一部の場合について，従来の方法と本方法による数値計算例によって計算の簡易さと精度について比較する。

2．平均断面2次モーメント　I_{mean} の求め方の一例として図-1の載荷点のたわみ y_c を求める場合について述べる。

m：分割数　Δx：分割巾　I_n：各断面の I

とすると弾性荷重法により

$$y_c \fallingdotseq \left\{\sum_1^m\left(\frac{M_n}{EI_n}\cdot\Delta x\right)\times\frac{m-n}{l}\cdot\Delta x\right\}\times\frac{l}{2}-\sum_1^{m/2}\left(\frac{M_n}{EI_n}\Delta x\right)\times\left(\frac{l}{2}-n\cdot\Delta x\right)$$

$$=\frac{(\Delta x)^2}{E}\frac{M_c}{m}\left\{\sum_1^{m/2}\frac{n^2}{I_n}+\sum_{\frac{m}{2}+1}^{m}\frac{(m-n)^2}{I_n}\right\}$$

I_{mean} が存在するとして

$$=\frac{(\Delta x)^2 M_c}{E\,m}\frac{1}{I_{mean}}\left\{\sum_1^{m/2}n^2+\sum_{\frac{m}{2}+1}^{m}(m-n)^2\right\}$$

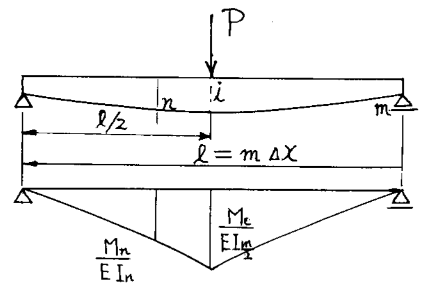


図-1　中点に集中荷重を受けるはり

よって

$$I_{mean}=\frac{\sum_1^{m/2}n^2+\sum_{m/2+1}^{m}(m-n)^2}{\sum_1^{m/2}\frac{n^2}{I_n}+\sum_{m/2+1}^{m}\frac{(m-n)^2}{I_n}}\qquad\text{------(1)}$$

断面の変化が左右対称であれば

$$I_{mean}=\frac{\sum_1^{m/2}n^2}{\sum_1^{m/2}\frac{n^2}{I_n}}\qquad\text{------(2)}$$

この I_{mean} を用いて既知の等断面ばりのたわみ式より容易に y_c を求めることができる。

次に代表的な場合の I_{mean} を記す。　i：たわみを求める点　とし　図と I_{mean} は上下対象する。

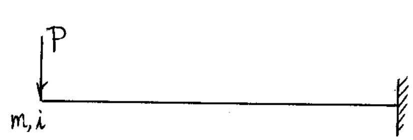


図-2

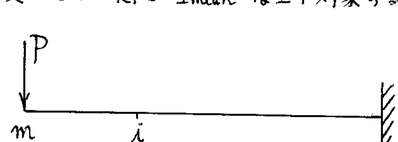


図-3

$$I_{mean}=\frac{\sum_{1}^{m} n^2}{\sum_{1}^{m}\frac{n^2}{I_n}} \quad \text{------(3)}$$

$$I_{mean}=\frac{\sum_{1}^{m} n(m-i)}{\sum_{1}^{m}\frac{n(m-i)}{I_n}} \quad \text{---(4)}$$

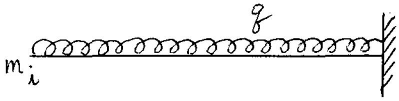


図-4

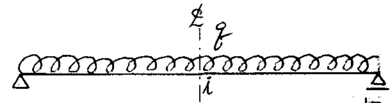


図-5

$$I_{mean}=\frac{\sum_{1}^{m} n^3}{\sum_{1}^{m}\frac{n^3}{I_n}} \quad \text{-----(5)}$$

$$I_{mean}=\frac{\sum_{1}^{m/2}(m-n)\cdot n^2+\sum_{m/2+1}^{m}(m-n)^2 n}{\sum_{1}^{m/2}\frac{(m-n)n^2}{I_n}+\sum_{m/2+1}^{m}\frac{(m-n)^2 n}{I_n}}$$

左右対称な場合は

$$I_{mean}=\frac{\sum_{1}^{m/2}(m-n)\cdot n^2}{\sum_{1}^{m/2}\frac{(m-n)\cdot n^2}{I_n}} \quad \text{---(6)}$$

3．数値計算例

図－　に示す変断面ばりについての計算結果を示す。

弾性荷重法によれば　$y_c=0.121$ cm

本法による

１６分割の場合

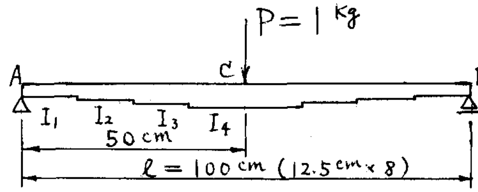
$$I_{mean}=\frac{1^2+2^2+\cdots\cdots+8^2}{\frac{1^2+2^2}{I_1}+\frac{3^2+4^2}{I_2}+\frac{5^2+6^2}{I_3}+\frac{7^2+8^2}{I_4}}$$

$$=0.0788\ \mathrm{cm^4}$$

$$\therefore\ y_c \fallingdotseq \frac{P\ell^3}{48EI_{mean}}=0.126\ \mathrm{cm}$$

２４分割の場合

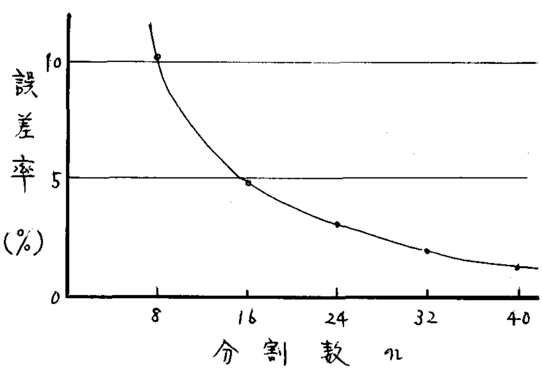
$$I_{mean}=0.0811\ \mathrm{cm^4} \qquad \therefore\ y_c \fallingdotseq 0.124\ \mathrm{cm}$$



図－6　集中荷重を受ける対称ばり

弾性荷重法による値に対する誤差率を示せば図－7のとおりとなる。

この結果より分割数を増せば可成り精度が良くなると云える。



図－7　分割数と誤差率の関係

4．まとめ　弾性荷重法による場合は電算を使用しない限り，変断面数が多くなるにともない計算が複雑で手間を要し，それだけ時間がかかるが，本法では単に電卓による簡単な機械的計算で容易に　I_{mean} が求まり，その後は既知の等断面ばりのたわみ式を利用すればすむ。且つ時間も 1/10 ～ 1/20 程度の短時間で迅速且つ安全に求まり，分割数を増せば好精度が期待できるので実用価値があると考えられる。

参考文献　：　能町純雄　構造力学 Ｉ　朝倉書店