I-1　構造問題における非線形連立方程式の誤差に関する基礎的考察

京都大学大学院　学生員○野邑　敏行　　　京都大学工学部　正　員　丹羽　義次
京都大学工学部　正　員　渡辺　英一　高知工業高等専門学校　正　員　勇　秀憲

1。　はじめに

構造解析において，弾塑性問題，大変形問題を取り扱う場合は非線形連立方程式を解かなければならない。本研究では幾何学的に非線形な何種類かのモデルを考えその数値解析方法を残差を考えて考察する。

2。　数値解析法

数値解析法には，Newton－Raphson法（NR法）と自己修正型摂動法（SPM）を選択した。解析モデルは不安定現象を含む，飛移，安定対称座屈，不安定対称座屈，非対称座屈の4つを基本形として選び，それぞれに対して自由度を変えたものを考える。

構造解析での非線形連立方程式を次の形で与える。

$$f_i(x_j, \lambda) = 0 \qquad (i, j = 1 \sim n) \cdots (1)$$

ここに，x_j は変位成分，λ は荷重パラメータを示す。この (1) 式の解は自由度1の曲線群になるが，本解析ではこの曲線（釣り合いパス）が求める対象である。

そして，NR法に関する基本式は次の様になる。

$$\Delta x_j = -\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\right)^{-1} f_i \qquad \cdots (2)$$

また，SPMに関する基本式は，t を摂動パラメータ，z を自己修正係数とすると，次の様に示される。

$$\Delta f_i + z\Delta t f_i^{\circ} = 0 \qquad \cdots (3)$$

3。　数値解析結果

誤差を示す指標として (1) 式の左辺の値 f_i（残差）のノルム $\|f\| = \sqrt{f_1^2 + \cdots + f_n^2}$ を考え，SPMと比較する意味で，NR法の収束判定にはこれを用いることにした。

数値解析実験は連立方程式を扱う前に基本となる自由度1の非線形方程式を扱い，その後に多自由度の方程式に対して行った。紙面の都合上，自由度1の安定対称座屈，不安定対称座屈モデルに対する結果のみ表示した。

まず，NR法による解析結果であるが，この解析法では収束判定を行うために精度は一定していると言う利点がある反面，そのために反復回数が増大し計算時間が長大化する可能性がある。この様な場合は適宜収束条件を変えるなどの対応策が必要であろう。

次に，本研究で中心的に解析したSPMの結果を述べる。今回は2次の摂動解まで求めた。(3) 式に示される様な自己修正型の解法では，残差は e^{-zt} の形で減少することが期待されるのであるが，図－2，図－5を見ても明らかな様に e^{-zt} の形では必ずしも減少しない。不安定対称座屈，非対称座屈モデルでは残差が大きく増大する部分さえあった。また，初期値を釣り合いパス上から少し離れた値とした時の残差の様子を調べた結果が，図－3，図－6であるが，これより初めは残差が e^{-zt} の形で減少するが後に限界が表われ，それ以上はこの様な残差の改善は期待できないことが判かる。この主たる原因は，3次以上の摂動解を無視した処に存在する。したがって，残差の増大を押さえるためには3次以上の摂動解を考慮すれば良い。しかし，それには多少煩雑なプロセスを伴うので，その代りに増分を小さくしても良い。

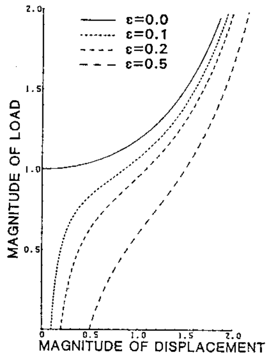
また，図－3，図－6にも示される様に $z\Delta t$ の値は，パス上への接近の速さを考えると 1.0 が最も良くパス上での残差を考えると 1.4～1.6 程度に少々大きい方が良い。結局，1.2 程度が無難であろう。

4。　結論

NR法ではかなり精度の良い解が期待できるが，先に述べた様に時間がかかり過る短所がある（特に自由度が大きい時）。SPMでは精度はNR法に劣るが構造解析で実用上必要とされる程度は満たしており，計算時間も安定している。結論的には，本研究で扱った様な問題に対しては，増分幅を増減させたりNR法等の他の解法と組み合わせて，精度を調節しながらSPMで解いて行くのが最良であろうと考える。

本文に掲載できなかった結果（特に自由度の大きなモデルに対する結果）については当日発表する。

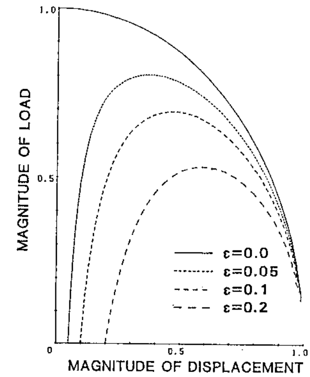
図−1



安定対称座屈モデルの釣り合いパス

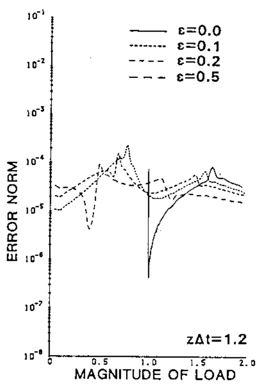
各図共に ε はモデルの初期不整を表わす

図−4



不安定対称座屈モデルの釣り合いパス

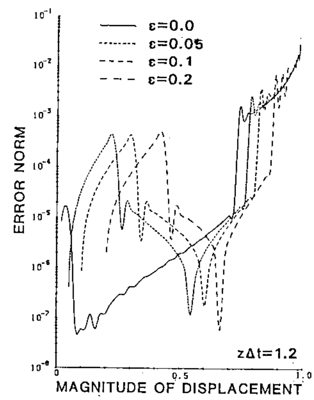
図−2



安定対称座屈モデルの荷重パラメータと残差の関係

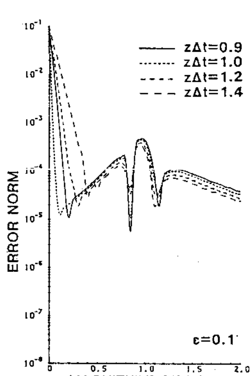
図−2，図−5は上載の図−1，図−4のパスに対応するSPMの残差を示す

図−5



不安定対称座屈モデルの変位成分と残差との関係

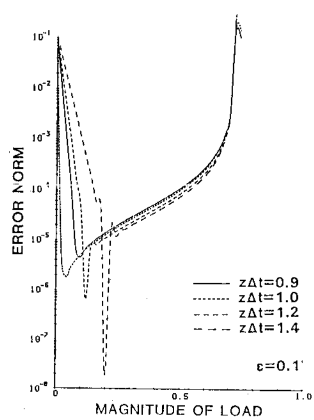
図−3



安定対称座屈モデルの残差の収束と zΔt の値との関係

図−3，図−6は上載の図−1，図−4の ε = 0.1 のパスを zΔt を変化させて求めたときのSPMの残差を示す。

図−6



不安定対称座屈モデルの残差の収束と zΔt の値との関係