

1. 序論

マスコンクリートの熱応力の制御手法には、各種のものがあるが、パイプクーリングはその中でも重要な技術的一手法である。パイプクーリングはその中でも効果的に実施されているものだが、事前にパイプ網の最適なレイアウト、最近初期水温等を把握する必要がある。従来からこの事前解析に使用されている *Boulder Canyon Proj. Final Report (U. S. A)* に報告されているが、この手法については、その理論的厳密さ、使用された仮定の妥当性について問題点があり、その改善が望まれていた。

最近これらの問題点を考慮した、実際の挙動に則したクーリング効果の解析を求める研究がなされつつあり、その一つに定常熱伝導方程式のグリーン関数を求めることにより、数値解析したものがあつた。しかしこの解析手法も複雑な構造物および施工工程を有するものでは、適用が困難な等々の問題点がある。

本研究では、より厳密なクーリング効果を行なうため、コンクリート場については、ラプラスの方程式を適用し、パイプとの熱伝達境界条件を考慮し、パイプ内の水の熱収支を表わす微分方程式を導き、これらの方程式群にガラーキン法を適用し、有限要素による定式化を行った。

2. クーリング効果の定式化とその解析

クーリング効果を解析するために、コンクリート場において、

$$\frac{\partial}{\partial x} K_x \frac{\partial T_c}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} K_y \frac{\partial T_c}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} K_z \frac{\partial T_c}{\partial z} + Q = \lambda \cdot \frac{\partial T_c}{\partial t} \quad (K_x, K_y, K_z: \text{熱伝導係数}) \quad (1)$$

ただし Q および λ は、単位時間当りの発熱量および単位体積当りの熱容量である。またパイプの中を通る水の支配方程式は次式となる。

$$\alpha \cdot \frac{\partial T_w}{\partial x} + \alpha \cdot \frac{\partial T_w}{\partial y} - \frac{2}{r_0} h A (T_w - T_c) = 0 \quad (\because \alpha = \rho_w c_w A \cdot U) \quad (2)$$

ただし ρ_w, c_w は水の密度、比熱であり、 A, r_0, U はパイプ断面積および半径とそのパイプ内の水の流速である。

さらにコンクリートブロックが空気およびパイプと接する面での境界条件は、

$$\frac{\partial T_c}{\partial x} l + \frac{\partial T_c}{\partial y} m + \frac{\partial T_c}{\partial z} n + \alpha (T_w - T_c) = 0, \quad \frac{\partial T_c}{\partial x} l + \frac{\partial T_c}{\partial y} m + \frac{\partial T_c}{\partial z} n + h (T_c - T_w) = 0 \quad (3)$$

ただし l, m, n は境界面における法線方向余弦であり、 α, h は、空気およびパイプとの熱伝達率であり、 T_w は外気の温度である。

(1) 式にガラーキン法を適用すると、

$$\int_V \delta T_c (K_x \frac{\partial^2 T_c}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 T_c}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 T_c}{\partial z^2} + Q - \lambda \frac{\partial T_c}{\partial t}) dV = 0 \quad (4)$$

式(4)の第一項にガウスの公式を用いるならば、

$$\int_V \delta T_c K_x \frac{\partial^2 T_c}{\partial x^2} dV = \int_V \delta T_c K_x \frac{\partial T_c}{\partial x} l dS - \int_V \delta T_c \frac{\partial K_x}{\partial x} T_c dV \quad (5)$$

同様に第二、第三項にもガウスの公式を用い、その結果を(4)式に代入すると次式を得る。

$$\int_V \delta T_c (K_x \frac{\partial T_c}{\partial x} l + K_y \frac{\partial T_c}{\partial y} m + K_z \frac{\partial T_c}{\partial z} n) dS - \int_V \left\{ \delta T_c (Q - \lambda \frac{\partial T_c}{\partial t}) + K_x \frac{\partial \delta T_c}{\partial x} \frac{\partial T_c}{\partial x} + K_y \frac{\partial \delta T_c}{\partial y} \frac{\partial T_c}{\partial y} + K_z \frac{\partial \delta T_c}{\partial z} \frac{\partial T_c}{\partial z} \right\} dV \quad (6)$$

ここで式(6)の第一項に境界条件式(3)、(4)を代入し整理すると、

$$\left[\int_V [B]^T [D] [B] dV + h \int_S [N_c]^T [N_c] dS + \alpha \int_{S_2} [N_c]^T [N_c] dS \right] \{T_c\} + h \int_{S_1} [N_c]^T [N_w] dS \cdot \{T_w\} + \rho_c c_c \int_V [N_c]^T [N_c] dV \cdot \frac{\partial T_c}{\partial t} = Q \int_V [N_c]^T dV - \int_{S_2} [N_c]^T dS \quad (7)$$

ただし $[B], [D]$ は温度勾配マトリックスおよび熱伝導係数マトリックスであり、 $[N_c], [N_w]$ は、コンクリート

トおよびパイプ内の水の温度と各節点温度ベクトルとの変位関係式における形状関数である。

$$[B] = \left[\frac{\partial [N]}{\partial x} \quad \frac{\partial [N]}{\partial y} \quad \frac{\partial [N]}{\partial z} \right] \quad , \quad [D] = \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & K_z \end{bmatrix} \quad (8)$$

・ (1) 式と同様に (2) 式にもガラーキ

ニ法を適用すると、

$$\int_V \delta T_w \left(u \cdot \frac{\partial T_w}{\partial x} - \frac{1}{\rho_w c_w} \frac{\partial q}{\partial x} (T_c - T_w) \right) + \frac{\partial T_w}{\partial x} \delta V = 0 \quad (9)$$

(9) 式の第一項を部分積分し、整理すると次式を得る。

$$\begin{aligned} & \delta \int_V [N_w]^T [N_c] \alpha_s \cdot \{T_c\} \\ & + [A u \cdot \{([N_w]^T [N_w])_{s_i} - \\ & \int_V \frac{\partial [N_w]}{\partial x} [N_w] \alpha_s\} + \delta \int_V [N_w]^T [N_c] \alpha_s] \\ & \times \{T_w\} + A \int_V [N_w]^T [N_w] \alpha_s \cdot \frac{\partial T_w}{\partial x} \\ & = 0 \quad (\because r = \frac{2 \cdot k \cdot A}{\rho_w c_w \Gamma_0}) \end{aligned} \quad (10)$$

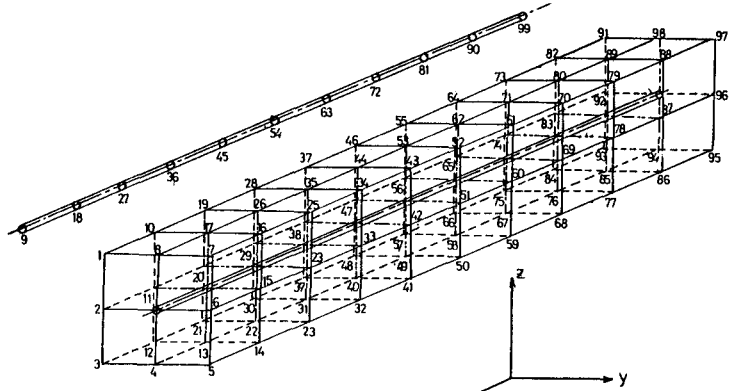


図-1 分割モデル

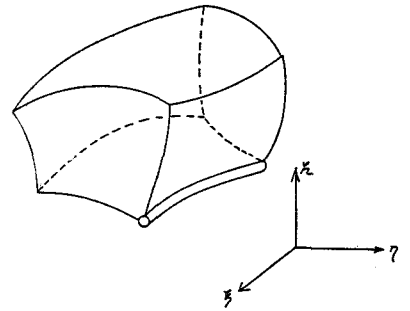


図-2 要素モデル

3. クーリング効果の定常状態の解析

まず定常状態において数値解析を行った。ただし空気との境界条件は無視せず、コンクリート周りは水槽内での固定条件とした。

本解析に使用したモデルは図-1に示すように、50×50×1000の直方体で、その中にパイプを通したクーリング実験に使用した供試体であり、有限要素解析では、このモデルを図-2に示すようにパイプを各要素の稜線に配置した8節点要素を用いた。

4. 実験による理論解析の妥当性の検討

本理論解析結果の一例として、解析に使用した同条件下でのクーリング実験結果およびグリーン関数による級数解とを対比したものが図-3である。この図から明らかに境界条件の強制による水の流入付近で実験値と十分近似していないグリーン関数による級数解に比べ、本理論解析結果は、熱伝達率 150 kcal/m²h² で実験値の全領域にわたって非常によく一致しており、級数解に比べより実際の挙動に近似しているといえる。

5. 結論

本研究は、パイプクーリングによる水とコンクリートの熱交換過程を理論的に解明するために、ガラーキニ法を用いて定式化し、その定常状態における数値解と実験値とを比較することにより、本理論解析法の妥当性を確認し、図-4に示すような複雑な任意の配管網の場合について、コンクリートの発熱過程および冷却過程全てを解析することが可能にした。

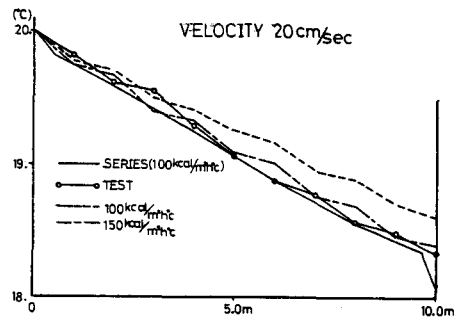


図-3 解析モデルのx方向の温度分布

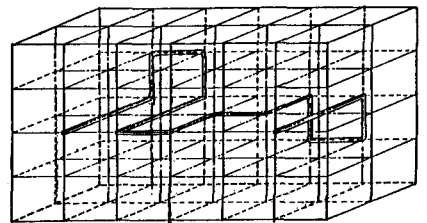


図-4 パイプクーリングモデル