

横浜国立大学 正会員 椿 龍哉
横浜国立大学 正会員 池田 尚治

1. まえがき

接合面や凹凸の面等により代表されるコンクリート部材中の界面は、その応力伝達 の程度によつて構造物の挙動を支配する。したがつて、界面における応力伝達の影響を把握することは、構造物の安全性を検討する上で極めて重要な問題となる。以下においては、界面を含むコンクリート部材の挙動を解析により求める場合の手法について有限要素法への適用を念頭におき述べる。

2. Endochronic モデルの線形化

コンクリートの3軸応力下の非線形性を表現するためには、以下に示すEndochronicモデルが有効である。指標表示を用いると次のように表わされる。¹⁾

$$de_{ij} = \frac{ds_{ij}}{2G} + \frac{S_{ij}}{2G} d\bar{\epsilon} + de_{ij}^v, \quad d\bar{\epsilon} = \frac{d\sigma}{3K} + \frac{\sigma}{3K} d\bar{\epsilon}' + d\lambda + d\lambda' \quad (1)$$

$$e_{ij} = \epsilon_{ij} - \delta_{ij} \bar{\epsilon}, \quad s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma, \quad \bar{\epsilon} = \frac{1}{3} \epsilon_{kk}, \quad \sigma = \frac{1}{3} \sigma_{kk} \quad (2)$$

指標については終知規約が使われている。 δ_{ij} はKroneckerのデルタである。 $d\bar{\epsilon}$, $d\lambda$, $d\bar{\epsilon}'$, $d\lambda'$ は非線形性を表わすための項であり、次のように定義される。ただし $\text{sign}(d\bar{\epsilon}) \equiv d\bar{\epsilon}/|d\bar{\epsilon}|$ とする。

$$d\bar{\epsilon} = F_1(\sigma, \epsilon, \eta) d\bar{\epsilon}, \quad d\lambda = F_2(\sigma, \epsilon, \lambda) d\bar{\epsilon},$$

$$d\bar{\epsilon}' = F_3(\sigma, \epsilon, \eta) \text{sign}(d\bar{\epsilon}) d\bar{\epsilon}_{kk}, \quad d\lambda' = F_4(\sigma, \epsilon, \lambda) d\bar{\epsilon},$$

$$d\eta = F(\sigma, \epsilon) d\bar{\epsilon}, \quad d\eta' = H(\sigma) d\bar{\epsilon}', \quad d\bar{\epsilon} = [\frac{1}{2} de_{ij} de_{ij}]^{\frac{1}{2}}, \quad d\bar{\epsilon}' = \text{sign}(d\bar{\epsilon}) d\bar{\epsilon}_{kk}, \quad G = G(\lambda), \quad K = K(\lambda) \quad (3)$$

式(3)に含まれる関数 F_1, F_2, F_3, F_4, F, H の形は既知である。せん断弾性係数 G , および体積弾性係数 K は λ の関数である。線形化のため、 $d\bar{\epsilon}$ を次のように表わす。²⁾

$$d\bar{\epsilon} = B_{ij} de_{ij}, \quad B_{ij} = \frac{b_{ij}}{[2b_{km} b_{km}]^{\frac{1}{2}}}, \quad b_{ij} = R_1 de_{ij} \quad (R_1: \text{比例定数}) \quad (4)$$

式(1)の de_{ij}^v はVertex 硬化を表わす項で次のような形をもつ(図-1 参照)。

$$de_{ij}^v = \frac{1}{2R_1} (ds_{ij} - S_{ij} \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon}}), \quad \bar{\epsilon} = [\frac{1}{2} S_{km} S_{km}]^{\frac{1}{2}} \quad (R_1: \text{Vertex硬化係数}) \quad (5)$$

式(1)を式(3),(4),(5)を用いて変形すると次のような増分形式が得られる。

$$ds_{ij} = C_{ijkl} d\bar{\epsilon}_{kl}, \quad C_{ijkl} = 2\bar{G} \delta_{ik} \delta_{jl} + (K - \frac{2}{3} \bar{G}) \delta_{ij} \delta_{kl} - (S_{ij} \bar{F}_1 + 3K(F_2 + F_4) \delta_{ij}) B_{kl} - \sigma F_3 \text{sign}(d\bar{\epsilon}) \delta_{ij} \delta_{kl}, \quad \bar{G} = (\frac{1}{G} + \frac{1}{R_1})^{-1}, \quad \bar{F}_1 = \frac{\alpha}{1+\alpha} (\bar{F}_1 - \frac{d\bar{\epsilon}}{\alpha \bar{\epsilon} d\bar{\epsilon}}), \quad \alpha = \frac{R_1}{G} \quad (6)$$

3. 界面を含むコンクリートの応力-ひずみ関係

接合面または凹凸の面のような界面における相対変位に伴う平均的ひずみを次のように表わす。ここでは2次元の場合を扱い、有限要素法への適用のため、マトリックス表示を用いる。

$$d\epsilon_i = [de_i, d\bar{\epsilon}_i]^T = [\frac{d\Delta_n}{S_n}, \frac{d\Delta_t}{S_t}]^T \quad (7)$$

ここに Δ_n, Δ_t は界面における n および t 方向の相対変位であり、 S_n, S_t は基準として選ばれる長さである(図

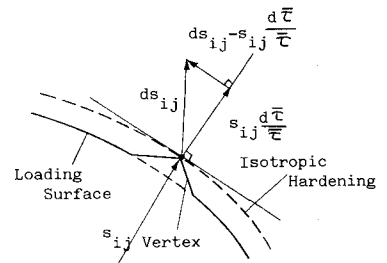


図-1 Vertex 硬化

-2参照)。 $d\epsilon_i$ による $x-y$ 座標系における ϵ_i は次のようになる。

$$d\epsilon_i = M^T d\epsilon_i, \quad M^T = \begin{bmatrix} C^2 & S^2 & 2SC \\ -SC & SC & C^2 - S^2 \end{bmatrix}, \quad C = \cos\theta, \quad S = \sin\theta \quad (8)$$

$n-t$ 座標系における $d\epsilon_i$ に伴う応力を次のように表わす。

$$d\sigma_i = [d\sigma_{nn}, d\sigma_{nt}]^T = \underline{C}_i d\epsilon_i, \quad \underline{C}_i = \begin{bmatrix} C_{nn} & C_{nt} \\ C_{tn} & C_{tt} \end{bmatrix} \quad (9)$$

ここに $\underline{C}_i = \underline{C}_i(\sigma_i, \epsilon_i)$ である (図-3 参照)。 $x-y$ 座標系における応力成分と $d\sigma_i$ との関係は次のように仮定する。

$$d\sigma_i = M d\sigma, \quad d\sigma = [d\sigma_{xx}, d\sigma_{yy}, d\sigma_{xy}]^T \quad (10)$$

界面以外の部分では式 (6) による 2 次元の応力-ひずみ関係が成立す。

$$d\sigma = \underline{C} d\epsilon_0 \quad (11)$$

$\underline{C}$ は式 (6) の $\underline{C}_{y\bar{y}}$ より決定される。 ϵ_0 は界面以外の部分における平均的ひずみである。全体のひずみ増分は次のように仮定する。

$$d\epsilon = d\epsilon_0 + d\epsilon_i, \quad d\epsilon = [d\epsilon_{xx}, d\epsilon_{yy}, d\epsilon_{xy}]^T \quad (12)$$

式 (12) を式 (8), (9), (10), (11) を用いて変形すると次式が得られる。

$$d\epsilon_i = [\underline{C}_i + M \underline{C} M^T]^{-1} M \underline{C} d\epsilon \quad (13)$$

式 (8), (12), (13) を用いると最終的応力-ひずみ関係が得られる。

$$d\sigma = \bar{\underline{C}} d\epsilon, \quad \bar{\underline{C}} = \underline{C} - \underline{C} M^T [\underline{C}_i + M \underline{C} M^T]^{-1} M \underline{C} \quad (14)$$

4. 界面を渡切る鉄筋のダウエル作用

主鉄筋が界面を渡切った場合、鉄筋によるダウエル作用が生じる。鉄筋のダウエル作用をモデル化する場合に一般的に用いられるのが図-4 に示したリンク要素である³⁾。この場合、鉄筋の軸方向剛性 K_n およびダウエル剛性 K_t を定義する必要がある。 K_t に関しては図-4(b) のような平均的応力-ひずみ関係が実験結果から求まる。

5. あとがき

以上、コンクリートの 3 軸応力下での非線形性、界面における非線形性、鉄筋のダウエル作用の非線形性を考慮した、界面を含むコンクリートの接線剛性の形が求まった。この接線剛性は逐次近似法等の手法とともに有限要素法で用いることができる。また、ひずみひずみや接合面を同一の表示式で扱うことが可能である。

[参考文献]

- 1) Bazant, Z.P. and Shieh, C.-L., "Hysteretic Fracturing Endochronic Theory for Concrete", ASCE, Vol. 106, No. EM5, 1980.
- 2) Bazant, Z.P., "Endochronic Inelasticity and Incremental Plasticity", Int. J. of Solids and Structures, Vol. 14, 1978.
- 3) Ngo, D. and Scordelis, A.C., "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams", ACI Journal, Vol. 64, 1967.

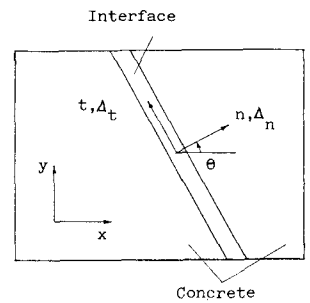


図-2 界面を含むコンクリート

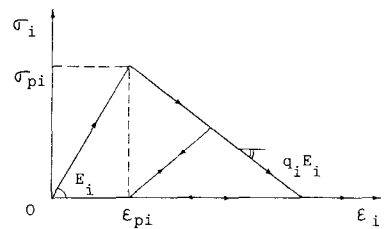


図-3 界面の応力-ひずみ関係

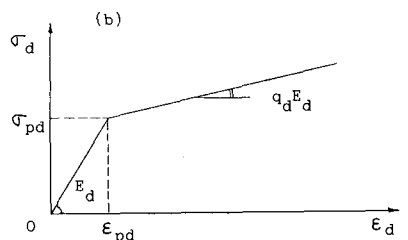
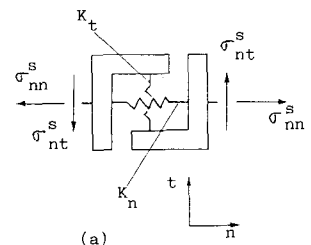


図-4 鉄筋のダウエル作用