Ⅳ-102　不確実性下の大規模水資源開発方式に関する1研究
── プロジェクト中止可能性のモデル化 ──

鳥取大学工学部　正会員　岡田憲夫
鳥取大学工学部　学生員○清水　丞

1.研究の目的と背景 ── 近年，水資源のひっ迫と開発費用の急増に伴って水資源開発事業は広域化かつ大規模化の傾向にあるが，大規模な水資源開発事業では途中で不測の事態が生じた場合に計画の変更が容易にはできないうえに，プロジェクトの開始から供与までに長い年月(リードタイム)を必要とするためプロジェクト実施中に予期しえない事態の起こる可能性も大きくなる。このような観点から，大規模水資源プロジェクトの立案及び実施に際しては予測値としての水需要量や開発可能量などに何らかの構造変化が起こる可能性とプロジェクト実施に要するリードタイムを無視することはできない。

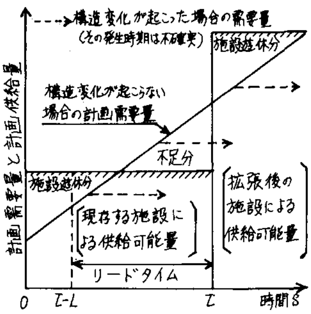

図-1 構造変化とリードタイム

このような問題認識に立って，最近，Erlenkotter, Sethi, Okada (1981)[1]らは，水需要が時間とともに増大するパターンからある時点で突然その伸びが止まってしまうパターンに移り変わる可能性を不確実な構造変化(図-1参照)と考えるとともに，プロジェクトの計画・建設・供与に要する時間(リードタイム)を考慮することによって不測の事態が起こりうることを前提とした上での大規模水資源プロジェクトの開始時期決定問題のための数学モデルを開発している。この基本モデルの有効性については昭和57年度の土木学会中・四国支部学術講演会[2]で発表したとおりである。

そこで，今回は，リードタイムに着目し，実際にプロジェクト実施中に構造変化が生じた場合のプロジェクト中止の可能性を考慮することにより基本モデルの拡張を行なう。さらに，この拡張モデルに具体的なパラメータ・関数形を設定して定量的分析を行なうとともに，拡張モデルの有効性と大規模水資源プロジェクトにおける意志決定の補正時期としてのリードタイムの重要性について検討する。

2.基本モデル ── 基本モデルではプロジェクト開始時期決定問題に関する評価基準として期待便益を考えている。すなわち，プロジェクトの供与時期を想定した上で考えられる構造変化の発生時期を分類し(図-3参照)，これに対して水需要発生パターンに関して起こりうる状況について考える。この状況下で起こりうるそれぞれの結果を便益として算定し，それに対する発生確率を勘案して期待便益を求めている。(表-1，図-3参照)

評価基準(全期待便益：TB ──→ 最大化)

$$\mathrm{Max} \longleftarrow TB = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 \qquad \text{──} \quad (1)$$

ここに

$$E_1 = \int_0^{\tau-L}\left[\int_0^t B_0(s)e^{-rs}ds + B_0(t)\int_t^{\infty}e^{-rs}ds\right]\lambda e^{-\lambda t}dt$$
〔プロジェクトがまだ開始されていない期間で構造変化が起こった場合の期待便益〕

$$E_2 = \int_{\tau-L}^{\tau}\left[\int_0^t B_0(s)e^{-rs}ds + B_0(t)\int_t^{\tau}e^{-rs}ds + B_1(t)\int_{\tau}^{\infty}e^{-rs}ds\right]\lambda e^{-\lambda t}dt$$
〔プロジェクト実施期間内で構造変化が起こった場合の期待便益〕

$$E_3 = \int_{\tau}^{\infty}\left[\int_0^{\tau} B_0(s)e^{-rs}ds + \int_{\tau}^{t} B_1(s)e^{-rs}ds + B_1(t)\int_t^{\infty}e^{-rs}ds\right]\lambda e^{-\lambda t}dt$$
〔プロジェクト供与後に構造変化が起こった場合の期待便益〕

$$E_4 = -Ce^{-r\tau}\int_{\tau-L}^{\infty}\lambda e^{-\lambda t}dt$$
〔期待プロジェクト費用〕

表-1 全期待便益式で用いる記号の意味

S	：ある任意の時点.(現時点を0とする. $S \geqq 0$)
t	：構造変化の起こる時点.($t \geqq 0$)
$B_0(S)$	：プロジェクトが供与されていない時点Sにおける便益(Sの関数)
$B_1(S)$	：プロジェクトが供与された後の時点Sにおける便益(Sの関数)
r	：時間割引率
e^{-rs}	：時点Sにおける時間割引係数
$\lambda e^{-\lambda t}$	：構造変化の発生に関する確率密度関数
L	：リードタイム
C	：プロジェクト費用
τ	：プロジェクト供与時期
$\tau-L$	：プロジェクト開始時期
θ	：プロジェクト開始時期から構造変化の起こった時点までの時間
$S(\theta,\pi)$	：時点、$\tau-L+\theta$でプロジェクトを中止した場合の救済値

3.プロジェクト中止の可能性と臨界プロジェクト中止可能時期 ── もし，結果的にプロジェクト実施中に構造変化が起こった場合，「プロジェクトを中止するか，そのまま継続するか」という問題が生ずる。このような場合，[I]プロジェクトが開始されてから構造変化が起こる時期が早ければ早いほど全プロジェクト費用のより多くの部分が節約されるため，プロジェクトを中止する方が有利となる。また，[II]構造変化の起こる時期が遅ければ遅いほど全プロジェクト費用のうち節約される部分がより少なくなるため，プロジェクトを継続する方が有利となる。このように，プロジェクト実施期間内にプロジェクト中止と継続の臨界となる時期(臨界プロジェクト中止可能時期θ^*：図-2参照)が存在するはずである。このプロジェクトを中止するタイミングを求めるには評価基準に

次のような費用関数を付加する必要がある。

4.救済関数 —— プロジェクト費用は図-2に示すようにプロジェクト開始時点ではまだ未投資の状態であるが，プロジェクトが進行するにつれて徐々に投資され，プロジェクト供与時点では全プロジェクト費用が投資される。そこで，プロジェクト実施期間内において構造変化が起こった時点でプロジェクトを中止する場合に全プロジェクト費用のうち，その時点までにまだ投資されていない費用を表わす「救済関数」を考える。ただし，救済関数は時間とともに単調減少するものと仮定する。このような仮定の下に基本モデルの評価基準を拡張する。

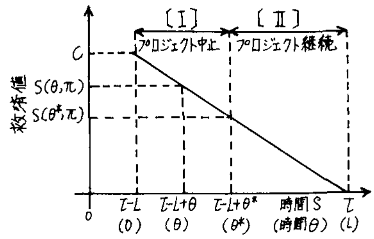

図-2 救済関数

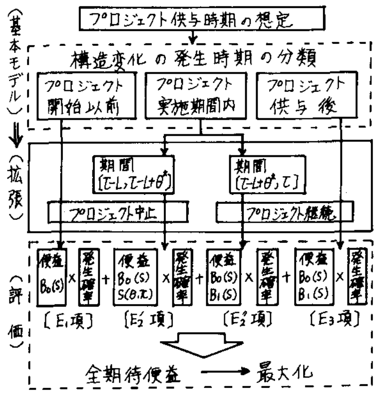

図-3 モデルの拡張

5.拡張モデル —— (1)式の第2項(E_2)が次のように拡張される。(表-1,図-3参照)

評価基準(全期待便益:TB ⟶ 最大化)

$$\mathrm{Max} \longleftarrow TB = E_1 + E_2' + E_2'' + E_3 + E_4 \qquad \text{—— (2)}$$

ここに

$$E_2' = \int_{\tau-L}^{\tau-L+\theta}\left[\int_0^t B_0(s)e^{-rs}ds + B_0(t)\int_t^{\infty}e^{-rs}ds + S(t-\tau+L,\pi)e^{-r\tau}\right]\lambda e^{-\lambda t}dt$$

〔プロジェクト実施中に構造変化が起こった時にプロジェクトを中止する場合の期待便益〕

$$E_2'' = \int_{\tau-L+\theta}^{\tau}\left[\int_0^t B_0(s)e^{-rs}ds + B_0(t)\int_t^{\tau}e^{-rs}ds + B_1(t)\int_{\tau}^{\infty}e^{-rs}ds\right]\lambda e^{-\lambda t}dt$$

〔プロジェクト実施中に構造変化が起こった時にプロジェクトを継続する場合の期待便益〕

(2)式をそれぞれθとτについて偏微分し，これらを零とおいた式を整理すると次式を得る。

臨界プロジェクト中止可能時期θ^*についての最適条件式

$$rS(\theta^*,\pi) = \left[B_1(\tau^*-L+\theta^*) - B_0(\tau^*-L+\theta^*)\right]$$

プロジェクト開始時期τ^*-Lについての最適条件式

$$\begin{aligned}(\lambda+r)C = {} & e^{-\lambda L}\left[B_1(\tau^*) - B_0(\tau^*)\right] \\ & + \lambda\int_{\theta^*}^{L}\left[B_1(\tau^*-L+t) - B_0(\tau^*-L+t)\right]e^{-\lambda t}dt \\ & + (\lambda/r)e^{-\lambda\theta^*}\left[B_1(\tau^*-L+\theta^*) - B_0(\tau^*-L+\theta^*)\right] \\ & + (\lambda+r)\lambda\int_0^{\theta^*}S(t,\pi)e^{-\lambda t}dt\end{aligned}$$

6.具体的な関数形の設定 —— 分析を簡単にするために表-2に示すような仮定を設ける。すると便益関数・救済関数は次のようになる。

表-2 基本的仮定

(仮定1)	水需要は直線的に増加する。ただし，将来において急激な構造変化が生じうる。
(仮定2)	プロジェクト費用は拡張規模や建設方式が変化しないかぎり一定とする。
(仮定3)	本モデルにおいて「需要量」とは「現時点の需要量からの増加分」をいう。
※便益関数に関する仮定	
(仮定4)	単位不足量(単位遊休量)当りのペナルティ値は一定である。したがって総不足量(総遊休量)に対するペナルティ費用は単位不足量(単位遊休量)当りのペナルティ値に総不足量(総遊休量)を乗じたものである。
※救済関数に関する仮定	
(仮定5)	救済関数は時間とともに直線的に減少する。

便益関数: $B_0(S) = -P\max\{0, D\cdot S - Z_0\} - A\cdot P\max\{0, Z_0 - D\cdot S\}$

$B_1(S) = -P\max\{0, D\cdot S - Z_1\} - A\cdot P\max\{0, Z_1 - D\cdot S\}$ (表-3参照)

救済関数: $S(\theta,\pi) = \dfrac{C}{L}(L-\theta)$

表-3 計算ケースの入力データ

r:時間割引率	0.06
L:リードタイム	15 (年)
Z_0:基本有効容量	5 (無次元化)
Z_1:拡張有効容量	48 (無次元化)
D:1年当りの需要増加量	1 (1/年)
C:プロジェクト費用	680 (10^6kr)
λ:1年当りの構造変化の発生頻度の平均値	$\lambda = \ln\dfrac{1}{1-Q}$
Q:構造変化が当該年からその翌年の1年間に起こる確率	
P:ペナルティ費用	A:(遊休ペナルティ)/(不足ペナルティ)

7.分析結果の考察 —— 計算ケースの1例として表-3に示すようなデータを入力して拡張モデルによる計算を行なうとQ-P曲線図(図-4)，Q-θ曲線図(図-5)が得られる。Q-P曲線図を用いると構造変化の発生確率Qと実際のペナルティ費用Pによってプロジェクト開始時期τ^*-Lを決定することができる。さらにQ-θ曲線図を用いると構造変化の発生確率Qと先に決定したプロジェクト開始時期τ^*-Lによって臨界プロジェクト中止可能時期θ^*を求めることができる。以上は計算結果の1例であるが，これのみからでも本拡張モデルを用いて得られるQ-P曲線図とQ-θ曲線図から，プロジェクト実施中に構造変化が起こった場合のプロジェクト中止の是否とそのタイミングについての意志決定上，有効な情報が得られることがわかった。なお，分析結果の詳細については講演時に譲る。

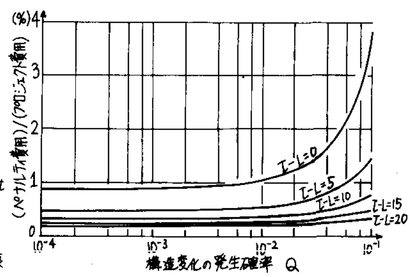

図-4 Q-P曲線図

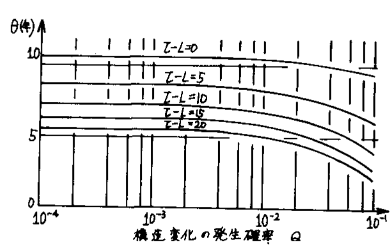

図-5 Q-θ曲線図

[参考文献]
1) Erlenkotter, Sethi, Okada「Planning For Surprise. Water Resources Development Under Demand And Supply Uncertainty」(1981) WP. 312 U.C.L.A
2) 岡田憲夫・清水丞「不確実性下における大規模水供給プロジェクトの拡張方式に関する基礎的研究」(1982) 土木学会中国支部学術講演会