

京都大学工学部 学生員 安藤 朝夫

1. はじめに

都市空間の有効利用を考える時、限られた土地を如何に各用途に配分するのが社会的に見て効率的かを判断することは重要である。本研究では、単純な都市モデル(NUEモデル)を用いて、都市空間を住宅と交通の二用途に配分する場合について考察する。この種の分析には集権的な最適問題と分権的な市場(均衡)問題の2つのアプローチが考えられるが、これらは相互に密接な関係にある。ここでは両者の比較を通じて、交通混雑の存在する場合のパレート最適な土地利用と、それを達成する為の政府の役割について述べる。

2. 基本仮定

モデルの構成は以下の仮定によって規定される。

- i) すべての世帯はCBD(半径 r_0)に通勤する。
- ii) 各地点は都心からの距離 r を唯一の属性とし、各距離帯 r は $\Gamma(r)$ の土地が利用できる。
- iii) 世帯は $m(\geq 1)$ タイプに区分され、各タイプは $\bar{Y}_i$ ($i=1, 2, \dots, m$)の所得をもつ。
- iv) 世帯の効用 U は、合成財の消費量 z と住宅用地面積 q_i の関数として与えられる。

$$U = u(z, q_i) \quad (1)$$

- v) 交通費 $D(r)$ は通過交通密度 $[N(r)/L_T(r)]$ の関数で表わされる。

$$D(r) = \int_{r_0}^r g\left(\frac{N(r)}{L_T(r)}\right) dr \quad (2)$$

- vi) タイプ別世帯数は $\bar{N}_i$ で与えられる。
- vii) 農業地代 $\bar{R}_A$ は地点により異ならない。

3. 最適問題 $HS_T(\{U_i\})$

住宅市場における活動主体として、世帯、土地所有者及び政府を考える。いま世帯の効用が $\{U_i\}$ で外生的に与えられるなら、社会的効用の最大化は純地代収入の最大化問題の形に定式化される。

$$\max_{n_i(r), q_i(r)} \int_{r_0}^{r_f} \left\{ \sum_i [\Psi_i(q_i(r), \bar{U}_i, D(r)) - \bar{R}_A] q_i(r) n_i(r) - \bar{R}_A L_T(r) \right\} dr \quad (3)$$

$$s.t. \quad a) \text{ 状態制約} \quad \dot{N}_i(r) = -n_i(r) \quad (4)$$

$$b) \text{ 用地制約} \quad \sum_i q_i(r) n_i(r) + L_T(r) \leq \Gamma(r) \quad (5)$$

$$c) \text{ 非負制約} \quad n_i(r), q_i(r), L_T(r) \geq 0 \quad (6)$$

$$d) \text{ 終端条件} \quad N_i(r_f) = \bar{N}_i, N_i(r_0) = 0 \quad (7)$$

$$e) \text{ 定義式} \quad N(r) = \sum_i N_i(r) \quad (8)$$

ここに、 $\Psi_i(q_i(r), \bar{U}_i, D(r))$ は地点 r で $q_i(r)$ の土地を利用しつつ $\bar{U}_i$ なる効用を得る場合のiタイプ世帯の付け値地代で、(1)を z について解いた関数(無差別曲線)

$$z = z(q_i(r), \bar{U}_i) \quad (1')$$

を用いて、

$$\Psi_i(q_i(r), \bar{U}_i, D(r)) = \frac{\bar{Y}_i - D(r) - z(q_i(r), \bar{U}_i)}{q_i(r)} \quad (9)$$

のように定義される。また r_f は都市外縁までの距離、 $n_i(r)$ はiタイプ世帯の線密度、 $N_i(r)$ は r より遠く r_f までに居住するiタイプ世帯数、 $L_T(r)$ は距離 r における交通用地面積を表わす。

以上に見るように、問題は効用レベルの組 $\{\bar{U}_i\}$ をパラメータとする問題群を構成する。その最適解は次頁に示す最適条件 $OC_T(\{\bar{U}_i\})$ によって規定されるが、一定の仮定のもとで OC_T は最適性の為の必要十分条件となる。この条件において、 $R(r)$ 、 Q_i 、 $C(r)$ などは原問題に対するラグランジュ乗数または随伴変数から得られる。これらの変数の経済学的意味は、それぞれ最適地代、所得補助金及び混雑税と考えられるが、それを確認する為には上に定式化された最適問題に対応する市場問題を考えることが有効である。

4. 市場問題 $AM_T(\{\bar{Q}_i\}, \bar{C}(r), \bar{L}_T(r))$

最適問題では与えられた効用レベルに対して3つの政策変数——所得補助金、混雑税、交通用地面積——が内生的に得られたが、市場問題では、逆にこれらの政策変数が外生的に与えられた場合に、市場機構がどのような均衡効用をもたらすかを考える。

市場問題は住宅市場における三種の活動主体——世帯、土地所有者、政府——に対する個別の問題と、市場全体の整合性を保証する為の条件の組として定式化される。

最適条件 $OC_T(\{U_i\})$

$$\{U_i\} \rightarrow [\{n_i(r)\}, \{q_i(r)\}, L_T(r), r_f, R(r), \{Q_i\}, c(r)]$$

o) 世帯

$$[U_i - U_i(R(r), Q_i, c(r), D(r))] n_i(r) = 0 \quad (10)$$

$$U_i = \max_{r_c \leq r \leq r_f} U_i(R(r), Q_i, c(r), D(r)) \quad (11)$$

i) 土地市場

$$R(r) = \max \{ \max_i \Phi_i(q_i(r), U_i, Q_i, c(r), D(r)), \bar{R}_A \} \quad (12)$$

$$[R(r) - \Phi_i(q_i(r), U_i, Q_i, c(r), D(r))] n_i(r) = 0 \quad (13)$$

$$\sum_i q_i(r) n_i(r) + L_T(r) \leq \bar{L}(r) \quad (5)$$

$$(R(r) - \bar{R}_A)(\bar{L}(r) - \sum_i q_i(r) n_i(r) - L_T(r)) = 0 \quad (14)$$

$$R(r_f) = \bar{R}_A \quad (15)$$

ii) 政府

a) 効用レベル $\{U_i\}$ を定める。

b) 混雑税 $c(r)$ を以下により定める。

$$c(r) = \int_{r_c}^r g' \left(\frac{N(r)}{L_T(r)} \right) \frac{N(r)}{L_T(r)} dr \quad (16)$$

c) 交通用地面積 $L_T(r)$ を以下により定める。

$$R(r) = g' \left(\frac{N(r)}{L_T(r)} \right) \left(\frac{N(r)}{L_T(r)} \right)^2 \quad (17)$$

iii) 整合条件と定義式

$$N_i(r) = \int_r^{r_f} n_i(r) dr, \quad N_i(r_c) = \bar{N}_i \quad (4)'$$

$$n_i(r) \geq 0 \quad (6)'$$

ならびに (2), (8) 式。

市場条件 $MC_T(\{\bar{Q}_i\}, \bar{c}(r), \bar{L}_T(r))$

$$(\{\bar{Q}_i\}, \bar{c}(r), \bar{L}_T(r)) \rightarrow [\{n_i(r)\}, \{q_i(r)\}, r_f, R(r), \{U_i\}]$$

o) 世帯

$$[U_i - U_i(R(r), \bar{Q}_i, \bar{c}(r), D(r))] n_i(r) = 0 \quad (10)'$$

$$U_i = \max_{r_c \leq r \leq r_f} U_i(R(r), \bar{Q}_i, \bar{c}(r), D(r)) \quad (11)'$$

i) 土地市場

$$R(r) = \max \{ \max_i \Phi_i(q_i(r), U_i, \bar{Q}_i, \bar{c}(r), D(r)), \bar{R}_A \} \quad (12)'$$

$$[R(r) - \Phi_i(q_i(r), U_i, \bar{Q}_i, \bar{c}(r), D(r))] n_i(r) = 0 \quad (13)'$$

$$\sum_i q_i(r) n_i(r) \leq \bar{L}(r) - \bar{L}_T(r) \quad (5)'$$

$$(R(r) - \bar{R}_A)(\bar{L}(r) - \sum_i q_i(r) n_i(r) - \bar{L}_T(r)) = 0 \quad (14)'$$

$$R(r_f) = \bar{R}_A \quad (15)$$

ii) 政府

a) 所得補助金 $\{\bar{Q}_i\}$ を定める。

b) 混雑税 $\bar{c}(r)$ を定める。

c) 交通用地面積 $\bar{L}_T(r)$ を定める。

iii) 整合条件と定義式

$OC_T(\{U_i\})$ の iii) に同じ。

以上において $U_i(\cdot)$ と $\Phi_i(\cdot)$ はそれぞれ間接的効用関数と実質付け値関数で、以下により定義される。

$$U_i(R(r), Q_i, c(r), D(r)) = \max_{z, q} \{ u(z, q) \mid z + R(r)q = \bar{Y}_i + Q_i - c(r) - D(r) \} \quad (18)$$

$$\Phi_i(q_i(r), U_i, Q_i, c(r), D(r)) = \Psi_i(q_i(r), U_i, D(r)) + \frac{Q_i - c(r)}{q_i(r)} \quad (19)$$

o) 世帯

$$\max_{\substack{z \geq 0, \\ q \geq 0, r}} \{ u(z, q) \mid z + R(r)q + D(r) \leq \bar{Y}_i + \bar{Q}_i - \bar{c}(r) \} \quad (20)$$

i) 土地所有者

$$\max_L \{ (R(r) - \bar{R}_A) \times L \mid 0 \leq L \leq \bar{L}(r) - \bar{L}_T(r) \} \quad (21)$$

ii) 政府

所得補助金 $\{\bar{Q}_i\}$ 、混雑税 $\bar{c}(r)$ 、

交通用地面積 $\bar{L}_T(r)$ を適当に定める。

iii) 整合条件と定義式

$$N_i(r) = \int_r^{r_f} n_i(r) dr, \quad N_i(r_c) = \bar{N}_i \quad (4)'$$

$$n_i(r) \geq 0 \quad (6)'$$

ならびに (2), (8) 式

市場問題に対する均衡条件は $MC_T(\{\bar{Q}_i\}, \bar{c}(r), \bar{L}_T(r))$

で与えられる。

5. まとめ

上記最適条件と市場条件の外見の類似性から明らかのように、最適解と市場解の間には密接な関係がある。しかし、交通混雑のような外部性が存在する場合には、最適解と市場解の間の一対一対応は成立せず、市場解のうち特定の条件を満たすものだけがパレート最適となる。つまり、 $\bar{c}(r)$ と $\bar{L}_T(r)$ が (16), (17) 式を満たすように定められるなら、パレート最適な土地利用は市場機構を通じて実現可能となる。(16) 式は世帯立地に伴う交通費用の社会的増分のうち、私的交通費 $D(r)$ に吸収されない部分を混雑税として回収することを指示し、(17) 式は交通施設供給に係わる費用・便益の各地点における均衡を指示しているが、社会的制約によりこれらの変数を最適に定めることが不可能な場合に対応して、各種の次善問題について考察を進めることも同様に可能である。