

システム科学研究所 正会員 浅井 加寿彦
岡山大学 工学部 " 明神 証
愛媛県 " 阿部 芳典

1. はじめに

本稿は、著者らによる「都市高速道路の最適規模と料金水準」¹⁾を、一般的に精緻化するとともに2車種の場合への拡張を試みたものである。

モデルは、もともと山田²⁾によって1車種の場合について提案されたものであって次のように記述される。均一料金制および収支の均衡を前提として、混雑費用は生じないとの仮定のもとで、社会的余剰を最大にするように高速道路の規模および料金水準を決定せよ。これを数式で表せば次のようになる。

$$\text{maximize} \quad S = \int_0^{\delta} f(\xi, \alpha) d\xi - C(\alpha) \quad (1)$$

$$\text{subject to} \quad f(\delta, \alpha)\delta = C(\alpha), \quad (2)$$

式(1),(2)における記号の意味は次のとおりである。 S =社会的余剰、 C =総費用(但し、混雑費用は生じないとの仮定している)、 δ =高速道路への転換交通量、 α =高速道路の規模

2. 需要曲線の性質と最適解の所在

需要曲線の性質によって最適解の所在がどのようなようになるかを考察するために、式(1)を

$$S = \int_0^{\delta} f(\xi, \alpha) d\xi - f(\delta, \alpha)\delta \quad (3)$$

と書きかえる。ただし、 δ は式(2)を満足する。式(1)を α で微分すれば

$$\frac{dS}{d\alpha} = -\frac{\partial f}{\partial \alpha} \delta \frac{d\delta}{d\alpha} + \frac{\partial S}{\partial \alpha} \quad (4)$$

ただし、

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha} = \int_0^{\delta} \frac{\partial f(\xi, \alpha)}{\partial \alpha} d\xi - \frac{\partial f}{\partial \alpha} \delta, \quad \frac{\partial f}{\partial \alpha} > 0 \quad (5)$$

ここで、 $\partial f(\xi, \alpha)/\partial \alpha$ が ξ に関して単調な連続関数であるような場合に考察を限定しよう。このとき $\partial f/\partial \alpha$ は、任意の ξ 、 $\alpha(>0)$ について常に正、負またはゼロのいずれかの値をとる。

したがってこのとき、式(5)より

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha} \begin{cases} > 0, & \partial^2 f / \partial \xi \partial \alpha < 0 \\ = 0, & \quad \quad \quad = 0 \\ < 0, & \quad \quad \quad > 0 \end{cases} \quad (6)$$

さて、式(4)において $dS/d\alpha=0$ とくと、

$$-\frac{\partial f}{\partial \alpha} \delta \frac{d\delta}{d\alpha} + \frac{\partial S}{\partial \alpha} = 0 \quad (7)$$

ここで、 $-(\partial f/\partial \alpha)\delta > 0$ であるから、式(6),(7)より次のことがいえる。最適点においては、

$$\frac{d\delta}{d\alpha} \begin{cases} > 0, & \partial^2 f / \partial \xi \partial \alpha > 0 \\ = 0, & \quad \quad \quad = 0 \\ < 0, & \quad \quad \quad < 0 \end{cases} \quad (8)$$

でなければならない。すなわち、需要曲線について $\partial f/\partial \alpha$ に関する上述の限定のもとに、消費者余剰(社会的余剰)の極値は、もしあるとすれば、 $\partial^2 f / \partial \xi \partial \alpha > 0$ ならば転換交通量の増加する領域に、 $\partial^2 f / \partial \xi \partial \alpha < 0$ ならば

転換交通量の減少する領域に、 $\partial f / \partial \varepsilon_{20} = 0$ ならば転換交通量の極値にそれぞれ存在することが示された。なお、 $\partial f / \partial \varepsilon_{20} = 0$ の場合については既に報告した。¹⁾ $\partial f / \partial \varepsilon_{20} > 0$ は、 λ の増加とともに $P \sim \varepsilon$ 平面上でその勾配をゆるめつつ、 $\partial f / \partial \varepsilon_{20} < 0$ は同じくその勾配を大きくしつつ、 $\partial f / \partial \varepsilon_{20} = 0$ は同じく平行にそれぞれ上方に移動するような需要曲線群を与える。これらを図に示す。

3. 2車種問題への拡張

1車種の場合と同様にモデルは次のように記述される。

$$\text{maximize } S = \sum_{i=1,2} \int_0^{g_i} f_i(\varepsilon, \lambda) d\varepsilon - C(\lambda) \quad (9)$$

$$\text{subject to } C(\lambda) = \sum_{i=1,2} f_i(g_i, \lambda) g_i \quad (10)$$

ここに、 $g_i (i=1,2)$ は車種 i の転換交通量であり、また需要曲線は次のように表す。

$$p_i = f_i(g_i, \lambda), \quad i=1,2 \quad (11)$$

著者らは³⁾ 既に消費者余剰の極値において、転換交通量の料金弾力性は相等しくなければならないことを示したが、このことは、3車種以上の場合についてもいえることは明らかである。

特定の需要曲線²⁾

$$p_i = \frac{1}{\alpha_i} \ln \frac{A_i X_i(\lambda)}{g_i}, \quad i=1,2 \quad (12)$$

の場合の料金弾力性相等条件は $\alpha_1 p_1 = \alpha_2 p_2$ となり、これは消費者余剰の極値において料金率（便益捕捉率） $p_i / (1/\alpha_i)$ が相等しいことを示す。ちなみに、 $1/\alpha_i$ は車種 i がその平均トリップ長だけ高速道路を走行することによって得られる節約時間の価値である。

ところで、式(10)、(12) および $\alpha_1 p_1 = \alpha_2 p_2$ より次式を得る。

$$-r_1 \ln r_1 = \frac{C(\lambda)}{A_1 X_1 / \alpha_1 + A_2 X_2 / \alpha_2}, \quad 0 \leq r_1 = \frac{g_1}{A_1 X_1} \leq 1 \quad (13)$$

ここで、 $r_1 (=r_2)$ は高速道路への車種1の転換率であって、 $0 \leq r_1 \leq 1$ であるから、 $0 \leq -r_1 \ln r_1 \leq e^{-1}$ 、したがって、式(13)を満足する転換率が存在するためには

$$\min_{\lambda} \left(\frac{C(\lambda)}{A_1 X_1 / \alpha_1 + A_2 X_2 / \alpha_2} \right) \leq e^{-1} \quad (14)$$

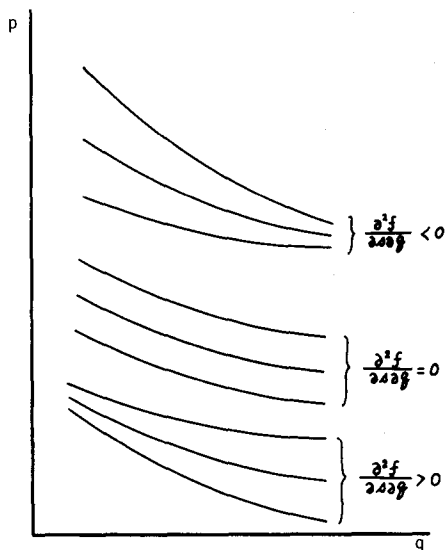
でなければならない。式(14)の左辺分母は、各転換対象交通量のすべてが平均トリップ長だけ高速道路を利用することによって得られる節約時間の価値の総和である。したがって、式(14)は次のように述べることができる。すなわち、この価値の総和に対する総費用の比の最小値が e^{-1} をこえないことが必要である。なお、1車種の場合に対するこの条件は、 $\min (c / A_1 X_1 / \alpha_1) \leq e^{-1}$ である。

4. むすび

1車種の場合について、最適解の所在を需要曲線の性質に対応させて一般的に示した。2車種の場合については、特定化された需要曲線の場合に、解が空でないための条件を示した。

参考文献

- 1) 明神，浅井；都市高速道路の最適規模と料金水準；高速道路と自動車，Vol.25, No.4, 1982, 4.
- 2) 山田；都市高速道路の最適規模と料金水準；高速道路と自動車，Vol.XI, No.9, 1968, 7, pp.17~22.
- 3) 明神，浅井，阿部；都市高速道路の最適規模と料金水準—2車種の場合—，第36回年講，1981, 10.



需要曲線のタイプ