IV-66　方向観測法により得られる測定値の判定に対する一方法

東京電機大学理工学部　正会員　近津　博文

1　序

本報告では方向観測法を行なう際に，観測の良否判定の指標である倍角差，観測差に含まれる誤差を誘導するとともに，倍角に含まれる求心誤差の評価方法について述べる。また，従来倍角差および観測差を指標として測定結果の良否判定を行なっているのに対して，範囲を応用する方法についても述べる。

2　測定角（水平角）に含まれる誤差

2点A，Bが測点Oに張る水平角を測定する場合，測定値に含まれる誤差は下記の通りと思われる。

- α：視準誤差
- β：読み取り誤差
- γ：目盛分割誤差
- δ：求心誤差
- ε：鉛直軸誤差
- η：水平軸，視準軸および望遠鏡の偏心による誤差

望遠鏡正での測定値に含まれる誤差をM_r，反での誤差をM_lとすると，

$$M_r = \pm\sqrt{2(\alpha^2+\beta^2)} + \gamma + \delta + \varepsilon + \eta \quad \text{---(1)}$$

$$M_l = \pm\sqrt{2(\alpha^2+\beta^2)} + \gamma + \delta + \varepsilon - \eta \quad \text{---(2)}$$

次に，1対回の正と反での測定値の和と差，すなわち倍角および較差に含まれる誤差をM_{r+l}およびM_{r-l}とすると，

$$M_{r+l} = \pm 2\sqrt{\alpha^2+\beta^2} + 2\gamma + 2\delta + 2\varepsilon \quad \text{---(3)}$$

$$M_{r-l} = \pm 2\sqrt{\alpha^2+\beta^2} + 2\eta \quad \text{---------(4)}$$

いっぽう，多対回の観測を行なう際には各対回ごとに目盛盤の使用箇所が異なることから目盛分割誤差は偶然性を帯びた変数となり（3）式は次式となる。

$$M_{r+l} = \pm 2\sqrt{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2} + 2\delta + 2\varepsilon \quad \text{--(5)}$$

さて，十分に調整されている器械を考えればεおよびηは他の誤差と比べて小さいことより，結局1対回での倍角および較差に含まれる誤差は

$$M_{r+l} = \pm 2\sqrt{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2} + 2\delta \quad \text{-----(6)}$$

$$M_{r-l} = \pm 2\sqrt{\alpha^2+\beta^2} \quad \text{---------------(7)}$$

ところで，α，βおよびγは視準，読み取りおよび対回数が異なるごとに偶然性を帯びた誤差であるのに対して，δは器械をすえ換えない限り同一角を測定中は一定値を占める定誤差である。

筆者の研究によれば，視準距離を約200 m以上に取れば求心誤差が測定値に及ぼす影響は1″以下となることから，十分な長さの測線長が得られる場合には（6）式に代わってM_{r+l}は次式となる。

$$M_{r+l} = \pm 2\sqrt{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2} \quad \text{------------(8)}$$

ここに，倍角差および観測差を測定結果の良否判定の指標とすることは，結局（8）式および（7）式のばらつき程度により測定結果の良否を判断することを意味する。

3　求心誤差の評価について

Fig-1において求心に際して測点中心（O）と器械中心（O'）とが不一致のために生ずる誤差を与える式は次式である。

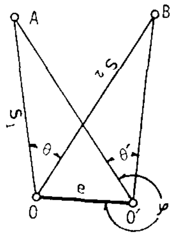

Fig - 1

$$\Delta\theta = e\sqrt{-\frac{\sin\varphi}{S_1} + \frac{\sin(\varphi-\theta')}{S_2}} \quad \text{------(9)}$$

$\Delta\theta$：求心誤差（rad），e：偏心距離（m），φ：偏心角（器械点において向って左側の視準点から右回りに測点まで測った水平角で$0° \leqq \varphi \leqq 360°$）$\theta'$：測定角（$0° \leqq \theta' \leqq 360°$），$S_1$，$S_2$：距離（m）

式（9）においてθ'，S_1およびS_2は可測量であるのに対してeおよびφは非可測量である。

そこで筆者は非可測量であるeおよびφをそれぞれ独立な確率変数とし，まず求心誤差の2乗平均の平方根を与える次式の誘導を行なった。

$$\sqrt{\overline{\Delta\theta^2}} = \frac{0.63\,\overline{e}}{S_1 \cdot S_2}\sqrt{2(S_1^2+S_2^2) - 4S_1S_2\cos\theta'} \quad \text{------------(10)}$$

次に，（10）式の右辺に含まれる$\overline{e}$を実験的に求め，

さらに，$\delta \cong \sqrt{\Delta\theta^2}$ として測定値に影響を及ぼす求心誤差は可測量である距離（S_1，S_2）および測定角（θ'）とを知ることにより次式で評価できることを示した。[1]

$$\delta = \frac{a}{S_1 \cdot S_2}\sqrt{2(S_1^2+S_2^2)-4S_1S_2\cos\theta'} \ (rad) \quad \text{-----------(11)}$$

ここに，$a = 3.0 \times 10^{-4}$ (m)

なお，$\overline{e}$を実験的に求める際に使用した器械の名称および性能は Tab-1 の通りである。

Tab - 1 使用器械の性能

仕様	望遠鏡				水平目盛盤		気泡管感度	求心望遠鏡	
器械名＼項目	全長 (mm)	像	有効径 (mm)	倍率 (倍)	直径 (mm)	最小読定値 (″)	横気泡管 (″/2mm)	像	倍率 (倍)
ニコン NT-2	167	正	40	25	84	20	40	正	2.2

4 測定値の良否の判定

方向観測法を行なう際に，観測の途中あるいは終了した直後において観測の良否を判定するために，倍角差および観測差の各制限値が定められている。しかし，これらの各制限値についての理論的文献は少なく，斉藤[2]が取り上げている程度である。それによれば，n対回観測した場合の倍角差および観測差の各組み合せ数は${}_nC_2$通りであり，これらの組み合せのうちで誤差が最大となる確率$1/{}_nC_2$を近似的に$1/n$として，これを誤差が最大（$M_{(r\pm l)n}$）であるときの重みとし，1対回の誤差（$M_{(r\pm l)}$）に対する重みを$1/1$とすると

$$\frac{1}{1} : \frac{1}{n} = \frac{1}{M_{(r\pm l)}} : \frac{1}{M_{(r\pm l)n}} \quad \text{----(12)}$$

式(12)によりn対回観測における倍角差および観測差の各制限値を定めるものであり，(8)および(7)式を用いてそれぞれの制限値は

$$M_{(r+l)n} = \pm 2\sqrt{n(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)} \quad \text{----(13)}$$

$$M_{(r-l)n} = \pm 2\sqrt{n(\alpha^2+\beta^2)} \quad \text{-----(14)}$$

により算出される。

いっぽう，筆者は範囲を応用して得られる測定値の良否を判定する方法を考える。

いま，確率密度関数$f(x)$を持つ正規母集団から取った1組の無作為標本$x_1, x_2, \cdots, x_n$（x_i：各対回数における倍角および較差）の順序統計量を$x_{(1)}, x_{(2)}, \cdots, x_{(n)}$とすると，範囲Rは最大値$x_{(n)}$と最小値$x_{(1)}$との差（$R = x_{(n)} - x_{(1)}$）である。範囲Rの確率密度関数を$h(R)$とすると，Rの平均値$E(R)$は

$$E(R) = \int_0^R R \cdot h(R)\, dR \quad \text{------------(15)}$$

$h(R)$は複雑な二重積分を含むにもかかわらず，$E(R)$は対回数nに依存する定数d_nに母標準偏差σを乗じた

$$E(R) = d_n \cdot \sigma \quad \text{----------------(16)}$$

で表わすことができ，各nに対応する定数d_nが与えられている。

Tab - 2 対回数nとd_n[3]

対回数 n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d_n	1.128	1.693	2.059	2.326	2.534	2.704	2.847	2.970	3.078

ところで，母集団の標準偏差σはそれぞれ倍角および較差の各σに等しいから，倍角を確率変数とする母集団の標準偏差をσ_1，較差のそれをσ_2とすると，

$$\sigma_1 = \pm 2\sqrt{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2} \quad \text{------------(17)}$$

$$\sigma_2 = \pm 2\sqrt{\alpha^2+\beta^2} \quad \text{----------------(18)}$$

となり，結局使用する器械の性能により，範囲Rの平均値，すなわち倍角差および観測差の平均値が求まる。

また，

$$\sigma = \frac{E(R)}{d_n} \quad \text{----------------(19)}$$

より，母標準偏差σが推定され，この値と式(17)および式(18)より算出される各σの値との比較を行なうことより測定値の良否を判定することが可能である。

また，1対回観測の平均値の誤差は倍角の誤差の$1/2$であるから

$$M_{(r+l)/2} = \pm\sqrt{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2} \quad \text{----------(20)}$$

1対回の重みを1，この時の誤差をm（$=M_{(r+l)/2}$），n対回観測の重みをn，誤差をm_0とすると

$$n = \frac{m^2}{m_0^2} \quad \text{-----------------(21)}$$

であり，$m_0 = \pm 5''$あるいは$\pm 10''$とすれば，それぞれ基準三角測量および補助三角測量の精度を満たす対回数が算出される。

参考文献

1) 近津博文：求心誤差が測定値に及ぼす影響について，土木学会論文集投稿中
2) 斉藤幡夫：基準点測量の実際，オーム社
3) 宇谷栄一：数理統計，日本理工出版会