

1. はしがき

災害度数率(以下単に度数率と言う)とは単位労働時間(日本では1000労働時間)当たりの労働災害発生件数で示される災害発生率のことで、労働災害発生危険性を示す尺度のひとつとして、産業界で広く用いられている。筆者はこれまで、事業所等における度数率が、時間の経過と共に変動してゆく過程で、その変動が統計的に有意な変動であるか否かを検定するのに、災害が発生する迄の時間数を評価尺度として利用出来ることと、その利点について述べてきたが(第34回大会)、ここでは、災害発生時間を用いて度数率の変動を検定する際に生ずる、第2種の過誤(又は検出力)の問題について、検討した結果を以下に報告したい。

2. 第2種過誤と検出力

一般に有意差検定においては、帰無仮説が真であるにも拘らずこれを棄却する誤り(第1種の過誤)と、対立仮説が真であるのに帰無仮説を採択する誤り(第2種の過誤)の2種類がある。第1種の誤りは有意水準 α と等しいが、第2種の過誤 β は帰無及び対立仮説の母数の値によって異なる。また帰無仮説が成立していないとき、そのことを正しく検出する確率 $(1-\beta)$ は検出力と呼ばれる。当然ながら検出力が大きい検定方式が望ましい。ところでここでは、災害発生時間数(すなわち T)によって度数率(A)が変動するのを評価しようとしているのだから、災害発生事象の確率分布は A と t を含んだ式でなければならない。ここではこれまでと同様に、ランダムに災害が発生する場合について考えると、ある時点と基準とを最初に災害が発生する迄の時間分布(すなわち t)と、複数件の災害が発生する迄の時間(すなわち T)の分布は、それぞれ以下の指数分布およびガンマ分布で示される。

$$f_t(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad E_t(t) = \frac{1}{\lambda}, \quad V_t(t) = \frac{1}{\lambda^2}, \quad f_k(T) = \frac{(\lambda T)^{k-1}}{(k-1)!} \lambda e^{-\lambda T} \quad E_k(T) = \frac{k}{\lambda}, \quad V_k(T) = \frac{k}{\lambda^2}$$

これらの分布のパラメーター λ は、 $\lambda = A/100$ によって λ と A とが関係づけられる。従って、度数率の変動を調べることは、分布の母数 λ の変動を求めることと同等であり、結局統計学的には指数あるいはガンマ分布を用いた検定時での第2種の過誤(又は検出力)を求める問題となる。さて帰無仮説が棄却された場合に採択される対立仮説のたて方にはいくつかあるが、第2種の過誤で安全上一番問題となるのは、実際の度数率が帰無仮説の度数率に比して大きいにも拘らず、帰無仮説を採択してしまう場合なので、検定方式としては"度数率は大きくなっていないか?"を調べる片側検定をまず考え、この時の β を求める。まず、帰無仮説 $H_0: A = A_0$ に対して対立仮説 $H_1: A = A_1 > A_0$ を設定したのち、

$$\sum_{i=0}^{k-1} \left(\frac{A_0/100 \cdot t_{1-\alpha}}{i!} \right)^i e^{-\frac{A_0}{100} t_{1-\alpha}} = 1 - \alpha$$

を満足する時間数 $t_{1-\alpha}$ を求め、 A_1 と $t_{1-\alpha}$ から、

$$\beta = \sum_{i=0}^{k-1} \left(\frac{A_1/100 \cdot t_{1-\alpha}}{i!} \right)^i e^{-\frac{A_1}{100} t_{1-\alpha}}$$

により第2種過誤が求められる。従って、検出力は、

$$P = 1 - \beta = 1 - \sum_{i=0}^{k-1} \left(\frac{A_1/100 \cdot t_{1-\alpha}}{i!} \right)^i e^{-\frac{A_1}{100} t_{1-\alpha}}$$

図-1には $\alpha=0.10$, $A_0=30.0$ のときの、上記の対立仮説及び $H_1: A=A_1 < A_0$, $A=A_1 \neq A_0$ の他の対立仮説の場合の β の値を計算した結果を示した。

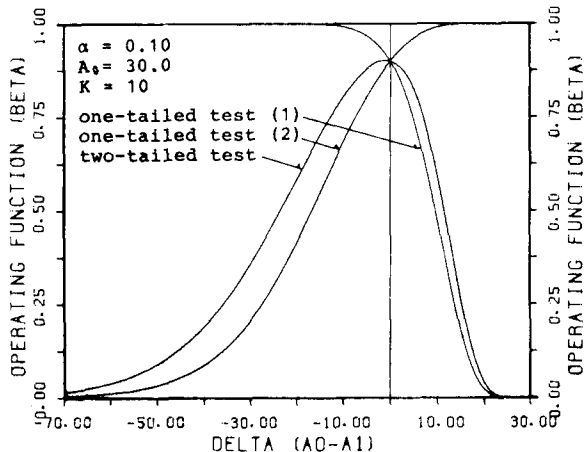


図-1 動作特性曲線($A_0=30.0$, $\alpha=0.10$)

3. 基準化検定力曲線(動作特性曲線)

前節で示したように、帰無及び対立仮説での度数率が設定されれば、それらの値に対応した β の検出力が計算される。この度数率(母数又はその関数)の変化量と検出力又は β との関係を図示したものが、それぞれ、検出力曲線及び動作特性曲線と呼ばれる。ところで、帰無及び対立仮説での設定度数率の組合せは無数にあり、各々の組合せのたびごとに検出力を求めるのでは、計算の手間だけでも大変なので、母数の変化量に対して何らかの基準化を行なう必要がある。ここでは、 $R = \lambda_1/\lambda_0 = A_1/A_0$ を基準化のための母数変数とし、 R より β を求める手順を述べる。まず、対立仮説が $H_1: H = A_1 > A_0$ の場合

$$\int_{2\lambda_0 t_{1-\alpha}}^{\infty} \frac{(\lambda_0 T)^{k-1}}{(k-1)!} \lambda_0 e^{-\lambda_0 T} dt = 1 - \alpha \text{ となる時間 } t_{1-\alpha} \text{ は}$$

$\chi^2 = 2\lambda_0 T$ と置けば、 T 分布は χ^2 分布に変換されるので、

$$\int_{2\lambda_0 t_{1-\alpha}}^{\infty} \frac{(\chi^2/2)^{\frac{k}{2}-1}}{2^{\frac{k}{2}-1} \Gamma(\frac{k}{2})} e^{-\frac{\chi^2}{2}} d\chi^2 = 1 - \alpha \text{ より } t_{1-\alpha} = \frac{\chi^2(\phi, 1-\alpha)}{2\lambda_0}$$

($\phi = 2k$: 自由度, $\chi^2(\phi, r)$: χ^2 値点)

従って、第2種の過誤 β は、

$$\beta = \int_{2\lambda_1 t_{1-\alpha}}^{\infty} \frac{(\chi^2/2)^{\frac{k}{2}-1}}{2^{\frac{k}{2}-1} \Gamma(\frac{k}{2})} e^{-\frac{\chi^2}{2}} d\chi^2 = Q\left\{ \frac{A_1}{A_0} \chi^2(\phi, 1-\alpha) \right\}$$

となり、有意水準 α 、自由度 ϕ 、および母数変数 R の関数として β が表わされる。更に上式より次の関係式が得られる。

$$R = \frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \frac{A_1}{A_0} = \frac{\chi^2(\phi, \beta)}{\chi^2(\phi, 1-\alpha)}$$

同様に他の対立仮説に対し、 $H_1: H = A_1 < A_0$ の場合は

$$\beta = F\left\{ \frac{A_1}{A_0} \chi^2(\phi, \alpha) \right\}, \quad R = \frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \frac{A_1}{A_0} = \frac{\chi^2(\phi, 1-\beta)}{\chi^2(\phi, \alpha)}$$

また、 $H_1: H = A_1 \neq A_0$ のときは、 β が小さい範囲内で

$$\beta \approx Q\left\{ \frac{A_1}{A_0} \chi^2(\phi, 1-\alpha/2) \right\} \text{ 或 } F\left\{ \frac{A_1}{A_0} \chi^2(\phi, \alpha/2) \right\}$$

$$R = \frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \frac{A_1}{A_0} \approx \frac{\chi^2(\phi, \beta)}{\chi^2(\phi, 1-\alpha/2)} \text{ 或 } \frac{\chi^2(\phi, 1-\beta)}{\chi^2(\phi, \alpha/2)}$$

図-2には、 $\alpha = 0.10$ ときの基準化変数 R に対する、両側検定の検出力曲線を示し、図-3、4には $\alpha = 0.05$ 、 $\beta = 0.10$ ときの基準化変数 R と K の関係を示した。同図より、検出力90%のとき R に対する必要サンプル数 K を求めることが出来る。

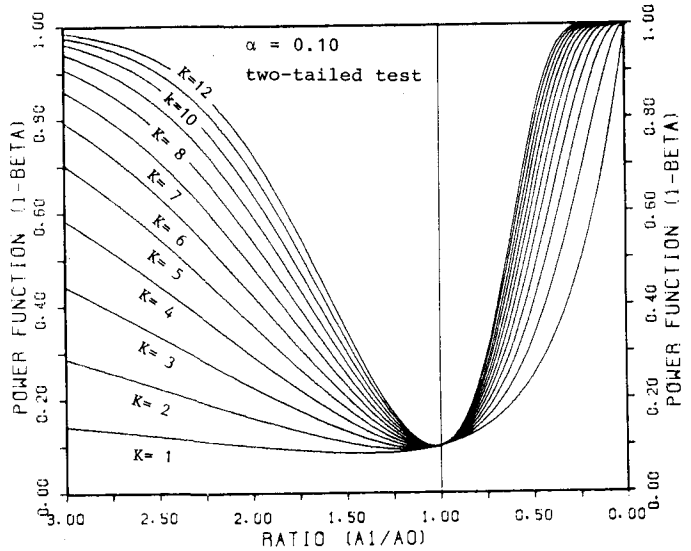


図-2 基準化検出力曲線($\alpha = 0.10$)

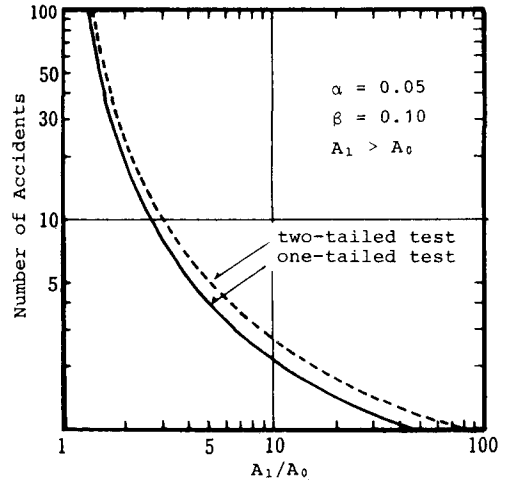


図-3 基準化変数 R と K の関係($R > 1$)

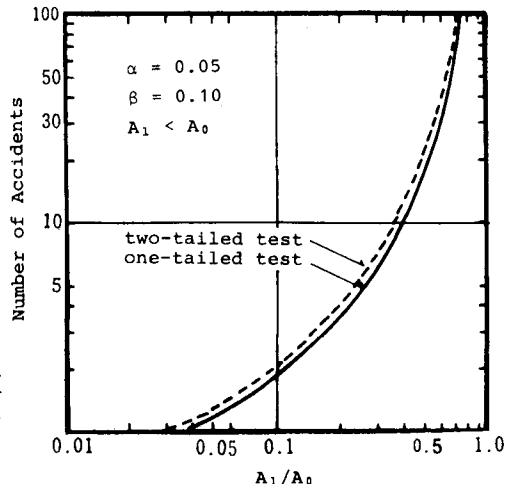


図-4 基準化変数 R と K の関係($R < 1$)