Ⅳ-15　相関乱数シミュレーションによる道路区間交通量推計

金沢大学工学部　学生員　横山日出男
金沢大学工学部　正会員　飯田恭敬
金沢大学工学部　正会員　高山純一

1　はじめに　　対象地域内の交通需要を簡単に把握するための方法として、交通量観測がしばしば行われてきた。我が国においても従来から多くの調査が積み重ねられている。しかし、それらの調査資料は調査の目的に応じて、観測方法、観測時期（月、曜日など）、観測地点などが異なっており、それぞれの調査資料を同質に用いることは、一般的に不可能である。それゆえ、現況の交通現象を正確に把握するには、対象とする道路網内すべての道路区間において、同時に交通量観測を行う必要がある。しかし、そのためには多くの人員と多額の費用が必要であり、道路網規模が大きくなれば実施困難となる。従って、交通量観測の簡素化（未知観測地点の交通量推計）や既存調査資料の有効利用といった方法による人員、費用の節約が望まれるようになってきた。本研究では、交通量観測の簡素化を目的として、既知観測地点交通量から未知観測地点交通量を推計する新しい推計法を提案する。この方法は、道路区間交通量相互に存在する相関関係と、その変動分布形（正規分布）を利用して推計を行うものであり、以下にその基本的な考え方および金沢市内幹線道路への適用例を記述する。

2　推計法の基本的な考え方　　この推計法では、次の２つの仮定が前提となっている。

仮定１-----道路区間交通量の変動は正規分布に従い、各道路区間の平均交通量 μ_i および分散 σ_i^2 はすべて既知である。

仮定２-----道路区間交通量相互に存在する相関係数 ρ_{ij} がすべて既知である。

この仮定より、式(1)に示すように道路区間交通量を標準化すれば、各道路区間交通量はすべて標準正規分布N（0,1）に従う。しかし、道路区間交通量は互いに相関を有しているため、独立ではない。それゆえ、相関を有する正規乱数y_iを発生させることができれば、ある一日の交通量を推計することが可能となる。そこで、次に相関を有する正規乱数の発生方法について述べる。確率変数$Y=[y_i]^t$（tは転置を表わす）が正規分布N（0,1）に従い、道路区間交通量相互に存在する相関関係$\mathbb{R}$（式(2)）を有するならば、この相関乱数を用いて未知観測地点の交通量が推計できる。いま、確率変数$[y_i]^t$が相関$\mathbb{R}$を有するように係数行列$[a_{ij}]$を考える。ここで、互いに独立でN（0,1）に従う確率変数$X=[x_i]^t$を考え、y_iを式(3)で定義すれば、y_iがN（0,1）に従うための条件は、式(4)で表わすことができる。また、y_iとy_jの相関係数がρ_{ij}となるための条件は式(5)で表わされる。式(5)は式(4)を含んでいるので、式(5)の条件を満足する$[a_{ij}]$を求めれば、式(3)により相関を有する乱数$[y_i]$を求めることができる。ここで問題となるのが係数$[a_{ij}]$の求め方である。相関係数$[\rho_{ij}]$はその性質より$\rho_{ii}=1$、$\rho_{ij}=\rho_{ji}$である。そこで、係数行列$[a_{ij}]$を$i<j$のとき、$a_{ij}=0$とした下三角行列として与えれば、式(5)は式(6)のように表わすことができる。式(6)は、方程式の数が相関係数の数に一致し、また未知数a_{ij}の数とも一致する。さらに、係数行列を三角行列としたことにより、方程式は$n\rho_{11}=a_{11}^2$、$n\rho_{21}=a_{11}a_{21}$、$\rho_{nn}=a_{n1}^2+\cdots\cdots+a_{nn}^2$

$$y_i=\frac{z_i-\mu_i}{\sigma_i} \tag{1}$$

$$\mathbb{R}=\begin{array}{c|c} & y_1\ \cdots\ y_j\ \cdots\ y_n \\ \hline \begin{array}{c} y_1 \\ \vdots \\ y_i \\ \vdots \\ y_n \end{array} & \begin{bmatrix} \rho_{11} & \cdots & \rho_{1j} & \cdots & \rho_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \rho_{i1} & \cdots & \rho_{ij} & \cdots & \rho_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \rho_{n1} & \cdots & \rho_{nj} & \cdots & \rho_{nn} \end{bmatrix} \end{array} \tag{2}$$

$$y_i=\frac{1}{\sqrt{n}}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j \tag{3}$$

$$\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}^2=1 \tag{4}$$

$$\sum_{\ell=1}^{n}a_{i\ell}a_{j\ell}=n\rho_{ij} \tag{5}$$

$$n\begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{21} & \cdots & \rho_{n1} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \cdots & \rho_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \cdots & \rho_{nn} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a_{11} & & & 0 \\ a_{21} & a_{22} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1} \\ & a_{22} & \cdots & a_{n2} \\ & & \ddots & \vdots \\ 0 & & & a_{nn} \end{bmatrix} \tag{6}$$

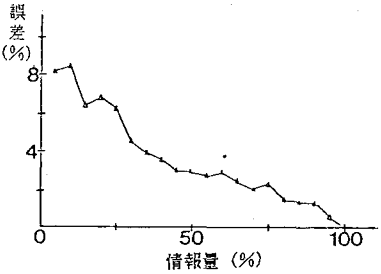
となり、漸化式的にa_{ij}を求めることができる。従って、$[\rho_{ij}]$に実際の相関係数を与えれば、式(5)を満足する$[a_{ij}]$が求まり、独立な正規乱数$[x_i]$に掛けることによって相関$[\rho_{ij}]$を有する相関乱数を発生させることができる。全道路区間n個のうち、観測を行う地点数（情報量と呼ぶ）をm（<n）個とする。観測を行った地点交通量を標準化することにより、y_i（$i=1,2,\cdots,m$）が求められる。それを式(7)に代入することにより、x_i（$i=1,2,\cdots,m$）を求めることができる。そこで、このx_i（$i=1,2,\cdots,m$）と正規乱数により発生させたx_i（$i=m+1,\cdots,n$）を式(8)に代入することにより、y_i（$i=m+1,\cdots,n$）を求める。つまり、未知観測地点の区間交通量を推計することができるわけである。なお、情報として与える観測地点の数と場所により推計精度が異なると考えられるが、一般に情報量が多いほど、また他の地点との相関が低い道路区間の交通量を与えた方が精度が高いと考えられる。なぜなら、相関の低い道路区間ほど推計が困難だからである。

$$[x_i]=\sqrt{n}\,[a_{ij}]^{-1}[y_i]^t \qquad (7)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \\ y_{m+1} \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{n}} \begin{bmatrix} a_{11} & & & \\ a_{21} & a_{22} & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \\ x_{m+1} \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \qquad (8)$$

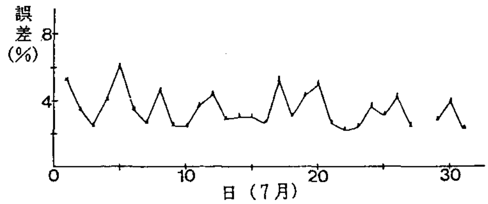
3 金沢市内幹線道路への適用例

交通量感知器の設置されている47地点のうち、20地点を任意に選び本推計法を適用した。交通量データとしては昭和56年7月の1ヶ月間（28日を除く）のデータを使用した。まず、情報量と推計誤差の関係についてシミュレーションを行った結果を図－1に示す。誤差は交通量の大小で重みを付けた標準比率誤差で示す。なお、真値を23日(木)の交通量とした。

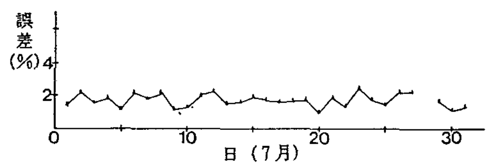


図－1　情報量と誤差（40回平均）

図－1より、与える情報量が多くなれば精度が向上することがわかる。次に、情報量を一定にし、1ヶ月間の各日について推計を行った結果を図－2および図－3に示す。情報量50%（対象道路区間の半数の交通量を与える場合）では、推計誤差が4%程度、情報量75%では2%程度と、きわめて精度が良い。つまり、対象とする道路区間が20区間あった場合、半分の10区間の交通量を観測すれば、残りの10区間の交通量はきわめて精度よく推計することができる。このようにすることにより人員、費用の縮小が可能となる。ただし、以上の推計は各道路区間交通量の平均および分散、道路区間交通量相互に存在する相関係数がすべて既知として行ってきた。しかし、これらは一般には未知であり、この推計法を用いるためにはそれらの数値を推計しなければならない。平均、分散については、過去の観測値を平均μと仮定して$\sigma^2=\alpha\mu^\beta$の関係より分散σ^2を推計すればよい。しかし、最大の問題点は相関係数をいかに推計するかということである。なぜなら、相関係数行列のすべての要素を既知としなければ、この推計法は使えないからである。相関係数の推計方法については、今後研究を進める必要があるが、たとえば道路の利用形態、道路区間の連続性から相関係数を推計する方法やある特定時間帯の交通量より求まる相関係数を用いて一日交通量の相関係数を推計する方法などが考えられる。



図－2　情報量50%における誤差



図－3　情報量75%における誤差

4 おわりに

以上、道路区間交通量観測の簡素化を目的として、相関乱数シミュレーションを用いた道路区間交通量の推計方法について述べた。道路区間交通量相互の相関係数および平均、分散が既知であれば充分な推計精度が得られた。今後の課題は、相関係数の推計をいかに行うかである。なお、現段階では本モデルはまだ実用モデルとはいえないが、今後その方向で研究を進める予定である。

参考文献　1）飯田恭敬，他2；交通量変動特性の解析について，第35回年次学術講演会概要集，Ⅳ，p298 ～299，昭和55年
2）飯田恭敬，他2；交通量変動における分布形と平均値，分散の関係，土木学会中部支部発表会概要集，昭和56年