

株式会社 三菱総合研究所 正員 福山正治

I. まえがき 交通流理論においての波動理論の応用は、その解析に付随する複雑さから、ネットワークの単純な高速道路の場合、又単独交差点の場合に限られていた。しかし、佐佐木、福山、並河¹⁾は、いくつかの仮定を導入することにより、その解析を単純化し、信号制御下の街路網上の交通流の解析に用い得ることを示している。本稿においては、彼らが解析に用いた近似について考察し、生じ得る誤差、精度向上の方法について述べる。以下、交通密度、 k 、と空間平均速度、 v 、との間に直線関係 $v = v_f(1 - k/k_j)$ 、 v_f : 自由平均走行速度、 k_j : 鮫和交通密度、を仮定し、交通量、 q 、と交通密度との間に2次の関係 $q = q_{uf}(1 - k/k_j)^{-1}$ ① があるものとする。

II. 衝撃波による波の近似 今、密度の異なる2つの交通流が隣接している状態を想定し、上流側、下流側の交通密度、交通量をそれぞれ、 k_u 、 q_u 、 k_d 、 q_d とする。赤信号の上流側で信号待ちしている車群とその上流の交通流を考えた場合には、 $k_u < k_d$ となっている。この場合には、その境界に衝撃波が発生しており、その移動速度は、 $q - k$ 曲線上の2点、(k_u, q_u)、(k_d, q_d) を結ぶ直線の傾きに等しいことが知られている。又、信号表示が赤から青に変わった時点、ボトルネックが解消された時点においては、一時的に $k_u > k_d$ の状態が発生し、この場合には、密度、 k_u から k_d 近くに対応する密度波(波)が発生する。密度、 k 、の波の移動速度は、 $q - k$ 曲線上の密度 k に対応する点の接線の傾きに等しいことが知られている。

この無数に発生する波が波動理論の解析を複雑にする原因であると言うこともできよう。ここでは、この波を数本の衝撃波で置きえることにより、解析を簡略化し得る事を示す。近似を行なうにあたっては、単純であることが望ましいが、各波を代表し得る性質を有する必要があり、最小限での進行方向は一致するようにした方が良い。以上を考慮することにより、図-1 に示す近似方法が考案される。すなわち、 $k_u, k_d < k_j/2$ (図-1a)、及び $k_u, k_d > k_j/2$ (図-1b) であれば、すべての波の速度は同符号を有するので1本の衝撃波で近似し、 $k_d < k_j/2 < k_u$ の場合には、 $k_j/2$ を境に、速度の符号が変わるので、曲線上の $k_j/2$ に対応する点を通る2本の衝撃波で近似しようとするものである。図-2 に k_u, k_d を横、縦軸に取り、近似の状況を示してある。

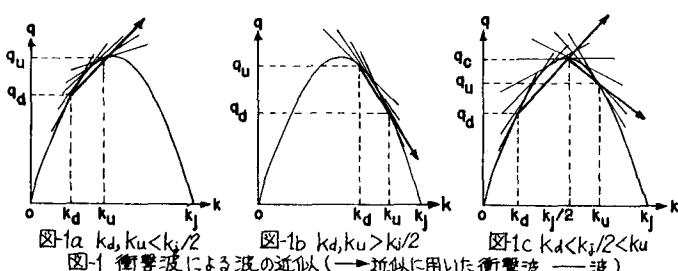
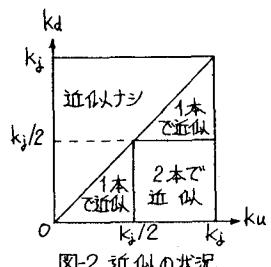


図-1 衝撃波による波の近似 (→近似に用いた衝撃波, ——波)



III. 単独交差点での例 図-3, 4 に近似を行なわない場合、行なった場合に得られる交通密度の分布を示してある。図では、縦軸で距離を示し、 $z=0$ に交差点があり、交通流は $x>0$ の方向に進むとしている。横軸は時刻で、信号が赤を表示している期間を太線で示してある。上流からは通常的に、交通量 q_0 、交通密度 k_0 の流れがあるものとし、図を描くのに用いた各パラメータ値は、 $k_j = 0.15 \text{台}/\text{m}$ 、 $v_f = 12 \text{ m/s}$ 、 $k_0/k_j = 0.2$ 、 R (赤時間) = 30 s、 G (青時間) = 60 s である。各図の左側に、この信号交差点での $q - k$ 曲線を引き、衝撃波、波の傾きを表わす直線を示し、右図と対応させている。特に、図-3b 中 A 点より始まっている衝撃波

は、下流側密度が、 x 、 t に依存し異なるので、曲線となる。しかし、近似を行なった場合には、下流側密度を一定、 $k_j/2$ としてしまうので、直線となり、図を簡単なものとしている。

更に、発生した衝撃波は互いに衝突し、その後1本の衝撃波となり、ツリ状を形成して行く。この性質を用いれば、計算機内で容易に衝撃波の軌跡を追って行くことが可能である。

终端後尾が達する、最上流端には、図-3bでB点、図-4bではC点であるが、これらの点のX座標、 X_B, X_C は次式で与えられる。

$$X_B = -v_f \frac{\frac{k_0}{k_j} (1 - \frac{k_0}{k_j})}{1 - 2 \frac{k_0}{k_j}} R$$

$$X_C = -v_f \frac{\frac{k_0}{k_j}}{1 - 2 \frac{k_0}{k_j}} R$$

上式より、 $X_C/X_B = 1/(1 - k_0/k_j)$ が得られる。すなわち、近似によって生じる终端長の誤差は k_0/k_j の増加に伴って増加し、 $k_0/k_j \rightarrow 1/2$ で、 $X_C \rightarrow X_B$ となる。

IV. 近似精度の向上 近似の精度を上げるには、近似に用いる衝撃波の本数を増加させることが考えられる。その1例を図-5に示す。図より、近似に用いる衝撃波の数が増せば、上流側多角形の角が徐々に除かれ、近似を行なわない場合の曲線に近付いて行く様子がうかがえる。

$t-x$ 平面上の $x_1 \leq x \leq x_2, t_1 \leq t \leq t_2$ の領域内での総所要時間、 T 、は $T = \int_{x_1}^{x_2} \int_{t_1}^{t_2} f(x, t) dt dx$ 、又総走行距離、 D 、は $D = \int_{x_1}^{x_2} \int_{t_1}^{t_2} g(x, t) dt dx$ で求められ、平均走行速度 v は、 $v = D/T$ となる。ここに $f(x, t)$ 、 $g(x, t)$ は、 $t-x$ 平面上での交通密度、交通量の分布である。近似を行なった場合には、 $t-x$ 平面は直線（衝撃波）で分割され、直線で囲まれた内部では、交通密度、交通量は一定である。従って、上記積分は、各多角形の面積に対応する交通密度又は交通量を乗じたものの和となる。近似に用いる衝撃波の数を増せば、各多角形はさらに分割され、 T 及び D の計算の精度が増すことも明らかである。

V. おわりに 近似に用いる衝撃波の個数は、計算時間と要求される精度から決まってこよう。モデル全般を見れば、上記の意味の近似以外に、 $t-x$ 平面上での交通密度、交通量の分布である。近似を行なった場合には、 $t-x$ 平面は直線（衝撃波）で分割され、直線で囲まれた内部では、交通密度、交通量は一定である。従って、上記積分は、各多角形の面積に対応する交通密度又は交通量を乗じたものの和となる。近似に用いる衝撃波の数を増せば、各多角形はさらに分割され、 T 及び D の計算の精度が増すことも明らかである。

参考文献 1) 佐佐木綱、福山正治、並河良治：信号制御下街路網交通流シミュレーションモデル、昭和57年度工学会関西支部年次学術講演会概要集

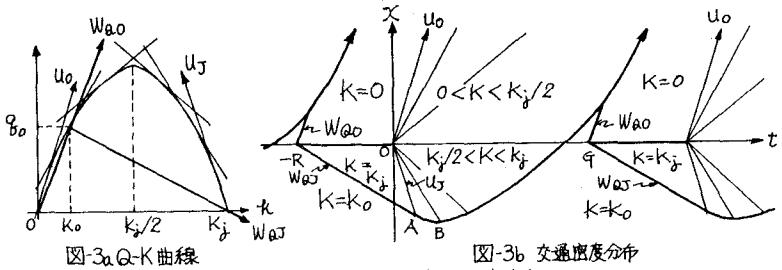


図-3b 交通密度分布

図-3 近似を行なわない場合の密度分布

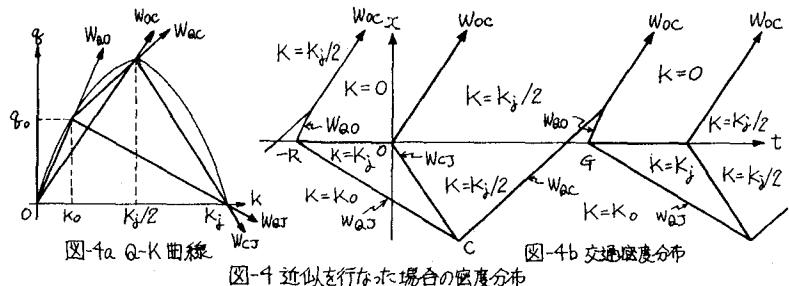


図-4b 交通密度分布

図-4 近似を行なった場合の密度分布

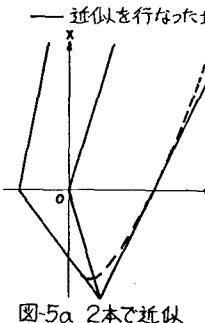


図-5a 2本で近似

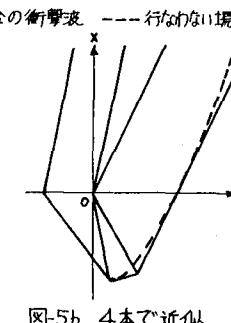


図-5b 4本で近似

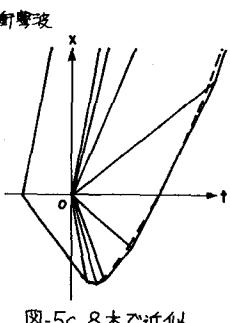


図-5c 8本で近似

図-5 近似誤差改善の例