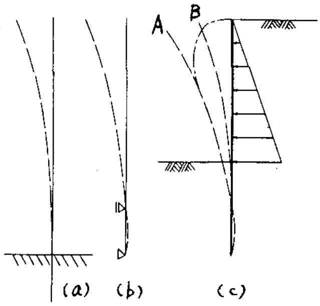
III-220　　有限要素法における地盤－構造物相互作用の一評価法

五洋建設(株)　正会員　家森有常
京都大学工学部　〃　太田秀樹
福井大学工学部　〃　荒井克彦

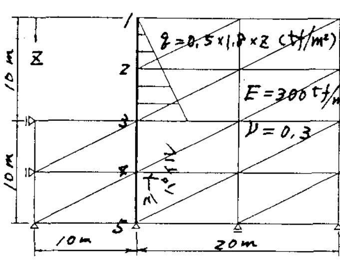
1．まえがき：地盤と構造物の相互作用を有限要素解析する際，構造物をはり要素などで表現する方法が一般に用いられているが，この方法だけでは構造物の特性を表現しきれない場合もある。たとえば，鋼管矢板や地中連続壁による円形土留壁（軸対称円筒シェル）の応力変形解析においては，シェルによるバネの表現がはり要素だけでは困難であり，地盤－構造物を一体とみるFEMの適用が簡単にはできなかった。ここでは，地盤と構造物接点の変位に注目した1つの新たな方法を検討する。



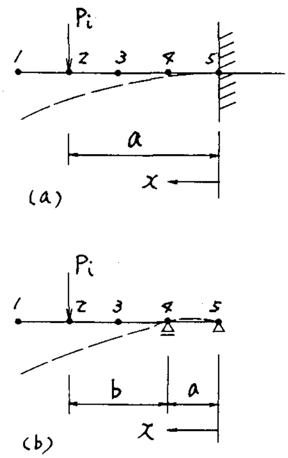
図－1

2．基本的考え方：図－1(c)に示す土留矢板による掘削を考える。土留矢板の挙動を図－1(a)，(b)に示す片持ちばり，または張出しばりで表わす。図－1(c)で土留矢板が位置Aまで変形したとすると，変形に応じた矢板の「反力」が働くはずである。変形に応じた矢板の反力は図－1(a)または(b)から，はり理論により求められる。この反力と荷重，等価節点力がつり合うように反力が決められ，つり合い位置B（図－1(c)）が与えられるとするのが本報の基本的考え方である。　$[K_{ij}]\cdot\{u_j\} = \{F_i\} - \{F_i'\}$ ････ (1)

ここで $[K_{ij}]$：全体剛性マトリックス，$\{u_j\}$：変位，$\{F_i\}$：荷重，$\{F_i'\}$：反力である。反力 $\{F_i'\}$ は上述のように，地中構造物を表わす構造モデルから変位の関数として与えられる。　$\{F_i'\} = f[\{u_j\}]$ ････ (2)　式(2)を式(1)に代入して左辺に移項し，式(2)の $\{u_j\}$ の係数を全体剛性マトリックスの所定の位置に加えることにより，通常のFEMと同様につり合い状態の変位が計算される。



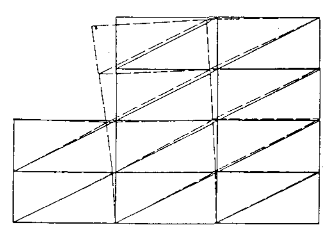
図－2

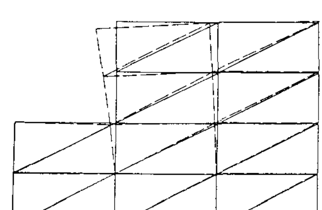


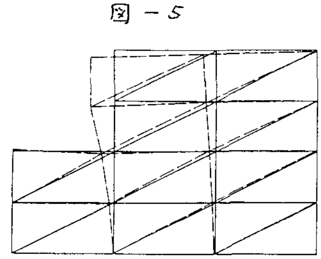
図－3

3．適用例：例1－土留矢板による掘削（図－2）：平面ひずみ状態とし，定ひずみ三角形要素で表わす。弾性係数E，ポアッソン比ν，矢板断面積A，断面2次モーメントIを図－2中に示す。荷重は図－2の土圧のみを考える。土留矢板を図－1(a)または図－3(a)に示すような片持ちばりとみた場合，図－3(a)において，i点に荷重 $P_i$ が作用したときのj点の変位 $u_{ij}$ は，はり理論により次式で与えられる。　$u_{ij} = \alpha_{ij}\cdot P_i$

$$\left.\alpha_{ij} = \frac{a^3}{6EI}\left(\frac{3x^2}{a^2} - \frac{x^3}{a^2}\right) : x \leq a,\quad \alpha_{ij} = \frac{a^3}{6EI}\left(3\frac{x}{a} - 1\right) : x > a\right\} \quad (3)$$


図－4


図－5


図－6

$i = 1 \sim 4$ 点全部に荷重 $P_i$ が作用したときの $j = 1 \sim 4$ 点の変位 $u_j$ は次式で与

えられる。　$u_j = \sum_i u_{ij} = \sum_i (\alpha_{ij} \cdot P_i)$ ‥‥(4)
上式の荷重$P_i$が，逆に変位$u_j$が与えられたときの反力に相当する。したがって，式(2)の反力$\{F_i\}$は次式で与えられる。　$\{F_i\} = [\alpha_{ij}]^{-1} \cdot \{u_j\}$ ‥‥(5)
上式は変位$\{u_j\}$に関する1次式であり，式(2)について述べたように$[\alpha_{ij}]^{-1}$の各要素を全体剛性マトリックスの所定の位置に重ね合わせて逆行列計算を行なうことにより，土留矢板の反力を考慮した変位が計算される。図－4にこの結果を示す。土留矢板を図－1(b)または図－3(b)に示す張出しばりとみて同じ計算を行なった結果を図－5に示す。図－6は土留矢板の反力をまったく考慮しなかった場合の結果である。図－7，8，9は通常のはり要素を用いて，矢板の下端回転拘束，下端回転自由，仮想支点を設けた場合のそれぞれの変位図である。図－4，5の結果と鉛直変位が大きく異なるのは，はり要素においては，矢板の軸方向圧縮剛性を考慮しているためである。例2－帯状基礎（図－10）：帯状基礎の反力を表わす構造モデルとしては，図－10中に示す単純ばりを考えることになる。この場合，単純ばりによる反力は図－10中のuではなくu－u'から計算されるため，全体剛性マトリックスが非対称になる，反力の計算が繁雑になるなど，本報の方法が不利になるケースである。例3－円形土留壁：板剛度D，板厚h，弾性係数Eが一定の軸対称円筒シェルの基本式は次式で与えられる。[1)]

$$D\frac{d^4u}{dx^4} + \frac{Eh}{r^2}u = z \quad \cdots\cdots(6)$$

ここで，u，x，zは半径方向変位，座標，荷重であり，rはシェル半径である。式(6)は板剛度Dのはりが$Eh/r^2$のバネ定数をもつ弾性バネ上で支持され，zの分布荷重をうける場合の式と同一になる。FEMを適用しようとすると，式(6)左辺第1項ははり要素により評価できるが，第2項の表現が困難になる。このため従来は地盤もバネに換算する方法が用いられてきた。本報の考え方を利用すると，式(6)左辺第2項のシェルバネをそのまま構造物の反力と考えられる。

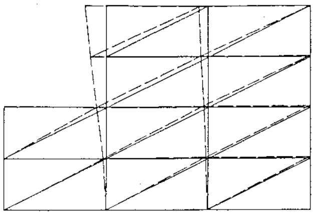
$\{F_i\} = (Eh/r^2)\{u_i\}$ ‥‥(7)

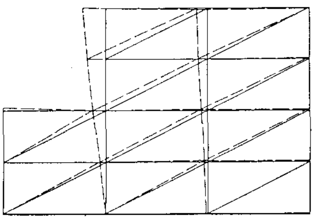
図－11のモデルに適用した結果を図－12に示す。図－13はシェルバネを入れなかった場合の結果。

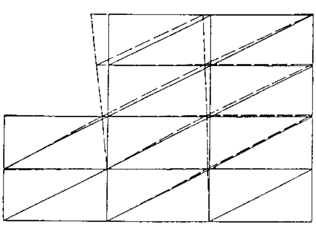
4．あとがき：本報の手法が有効に利用できる場合も少なくないと考えられ，今後さらに検討したい。

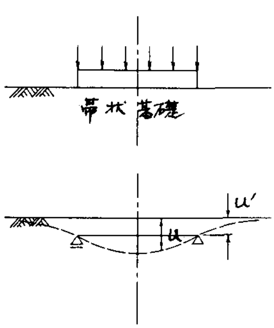
参考文献：1)秋山：新体系土木工学6，技報堂(1979)　2)鳴他，土と基礎，30-3 (1981)

京都大学・名古屋大学大型計算機センターを利用した。

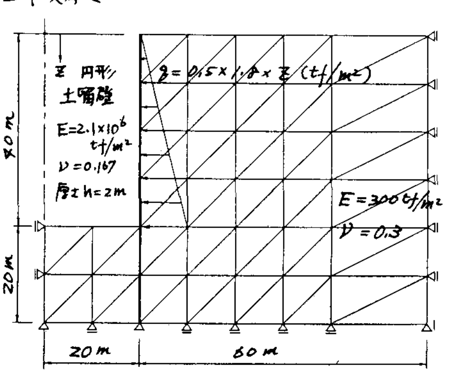

図－7


図－8

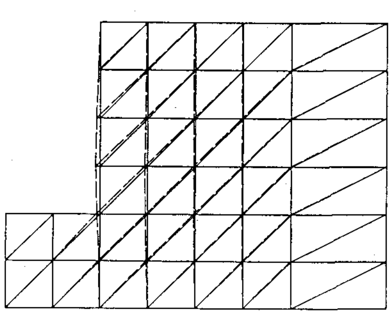

図－9

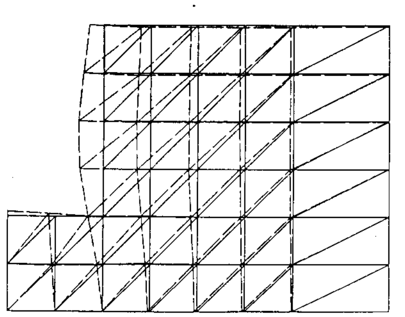


図－10



図－11


図－12


図－13