III-180　NATMにおける内空変位測定の評価方法（その1）

㈱熊谷組　正会員　上野　正高
同上　　正会員　大塚　本夫

1．はじめに

NATMでは、計測は義務づけられており、特に内空変位測定は計測の基本で殆んどのNATM現場で実施されている。

内空変位測定の現場へのフィードバック方法は種々考えられているが主なものとして変位の経時変化，変位速度，変位加速度の管理が中心である。内空変位測定は簡易な計測で実施される機会も数多いが、それに要する労力も毎日実施することによって、かなり費用も必要である。これ等の計測結果の評価をもう少し有効に活用する方法を考えるのが本題の目的である。

地山には、弾性，粘弾性，塑性，あるいは、粘塑性的挙動を示す場合があるが基本になる判定基準としては、弾性挙動を中心として考える方がより明解になる。まず施工段階を含めた弾性解析を基準にして、地山が弾性範囲内の挙動をしているかどうかの判定，主応力の方向性，地山の物性値の推定等を内空変位測定及びその他の計測結果の情報をもとにして推定する。これ等の目的を達成するには、簡便な施工段階ごとのトンネルの周辺応力及び変位が計算できることが前提となる。

2．トンネル周辺の応力及び変位

種々のトンネル形状を考察するに複素関数及び写像関数の理論を応用するものとする。単位円の形状は(1)式で表現される。

$$\left.\begin{aligned} z &= x + iy = \frac{r}{a}e^{i\theta} \\ \bar{z} &= x - iy = \frac{r}{a}e^{-i\theta} \end{aligned}\right\} \quad \text{——— (1)}$$

（ただし　r=トンネルの動径，a=トンネル半径）

種々の形状は(2)式で表現される。

$$\omega(z) = z + \Delta z \quad \text{——— (2)}$$

ただし　$\Delta z = \sum_{1}^{m} C_m \frac{a^m}{r^m} e^{-im\theta}$ とする。

（r ——→ ∞ では消滅する関数を選定する。）

応力関数は(3)式が選ばれる。

$$\Phi = \bar{\omega}\varphi(z) + \omega\overline{\varphi(z)} + \psi(z) + \overline{\psi(z)} \quad \text{——— (3)}$$

(3)式によってトンネル周辺応力及び変位はそれぞれ(4)〜(6)式のように計算することができる。

$$A = \sigma_\theta + \sigma_r = 4\frac{d\Phi}{d\omega\cdot d\bar{\omega}} = 4\left(\frac{d\varphi}{dz}\cdot\frac{dz}{d\omega} + \frac{d\bar{\varphi}}{d\bar{z}}\cdot\frac{d\bar{z}}{d\bar{\omega}}\right)$$

$$= 4\left(\frac{\varphi'(z)}{1+\Delta' z} + \overline{\frac{\varphi'(z)}{1+\Delta' z}}\right) \quad \text{——— (4)}$$

$$B = \sigma_\theta - \sigma_r + 2i\tau_{r\theta} = 4\frac{z}{\bar{z}}\cdot\frac{d\omega}{dz}\cdot\frac{d\bar{z}}{d\bar{\omega}}\cdot\frac{d^2\Phi}{d\omega^2} \quad \text{——— (5)}$$

$$C = u_r + iv_\theta = \frac{1}{G}\sqrt{\frac{\bar{z}}{z}\frac{d\bar{\omega}}{d\bar{z}}\frac{dz}{d\omega}}\left(\varkappa\varphi(z) - \omega\overline{\frac{\varphi'(z)}{1+\Delta' z}} - \overline{\frac{\psi(z)}{1+\Delta' z}}\right) \quad \text{——— (6)}$$

ただし平面応力状態では $\varkappa = \frac{3-\mu}{1+\mu}$，平面歪み状態では $\varkappa = 3-4\mu$ で μ はポアソン比である。(3)式で示される応力関数は(7)式で考えられる。

$$\Phi = \Phi_0 + \Phi_1 \quad \text{——— (7)}$$

(7)式で Φ_0 は、無限遠の境界条件を満足する応力関数である。つまりトンネルがまだ掘削されていない状態を満足している。Φ_1 はトンネルが掘削された状態を満足するもので無限遠では Φ_0 のみになることを考慮しなければならない。

まずトンネルが掘削されるとその周辺に作用した外力が全て内力に変換されなければならない。外力の式は(8)式として示される。

$$z\frac{d\Phi}{d\omega} = Y - iX \quad \text{——— (8)}$$

(8)式の Y，X 成分は(9)式で示される。

$$\left.\begin{aligned} Y &= Px = \frac{P}{2}(\omega + \bar{\omega}) \\ X &= \lambda Py = \frac{\lambda P}{2i}(\omega - \bar{\omega}) \end{aligned}\right\} \quad \text{——— (9)}$$

無限遠で満足する Φ_0 は(10)式で示される。

$$z\frac{d\Phi_0}{d\omega} = \frac{P}{2}\left\{(1-\lambda)\omega + (1+\lambda)\bar{\omega}\right\} \quad \text{——— (10)}$$

トンネル壁面では外力が内力に全て変換されることを考えると Φ_0 の応力関数は(11)式で示される。

$$2\frac{d\Phi_1}{d\omega}+\frac{p}{2}\left[(1-\lambda)\omega+(1+\lambda)\overline{\omega}\right]=0 \qquad (11)$$

(11)式を解くにあたり(3)式を用いて微分した形で無限遠で消滅するような関数を考慮する。またトンネル壁面では $z\overline{z}=1$ なる条件で(11)式を解くと結果として(12)式の関数が(11)式の解として得られる。

応力関数 $\varphi(z)$ は、まだトンネルが掘削されていない状態を表わすものと、掘削された影響を表わすものとを考え、更にトンネル壁面での境界条件を満足するようにして求める。

$$\varphi(z)=-\frac{p}{4}\left[(1-\lambda)\frac{1}{z}+(1+\lambda)\Delta z\right] \qquad (12)$$

特にトンネル壁面だけに変位及び応力を求めるものに限定すると $\tau_{r\theta}=0$，$\sigma_r=0$ なることより容易になる。

壁面でのトンネル周辺応力は、$\sigma_r=0$ の条件と(4)式及び(12)式を用いると直ちに求めることができる。同じくトンネル壁面の変位は(13)式で示される。

$$U_r+iV_\theta=\frac{pa}{4G}\sqrt{\frac{\overline{\omega'}}{\omega'}}\left\{(1+\lambda)\left[1-\varkappa e^{-i\theta}\Delta z\right]+(1-\lambda)\left[e^{-i\theta}\overline{\Delta(z)}-\varkappa e^{-2i\theta}\right]\right\} \qquad (13)$$

応力の一般式の表示は次式で示される。

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_x&=R\left[-\overline{z}\varphi''(z)+2\varphi'(z)-\psi''(z)\right]\\
\sigma_y&=R\left[\overline{z}\varphi''(z)+2\varphi'(z)+\psi''(z)\right]\\
\tau_{xy}&=I\left[\overline{z}\varphi''(z)+\psi''(z)\right]
\end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

平面ひずみの変位は

$$\left.\begin{aligned}
e_x&=\frac{1}{E}R\left[4\varphi'(z)-(1+\nu)(\overline{z}\varphi''(z)+2\varphi'(z)+\psi''(z))\right]\\
e_y&=\frac{1}{E}R\left[4\varphi'(z)-(1+\nu)(-\overline{z}\varphi''(z)+2\varphi'(z)-\psi''(z))\right]\\
\gamma_{xy}&=\frac{2(1+\nu)}{E}I\left[\overline{z}\varphi''(z)+\psi''(z)\right]
\end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

変位は(15)式のひずみの式を積分して

$$\left.\begin{aligned}
U_r&=\frac{1+\nu}{E}R\left[\frac{3-\nu}{1+\nu}\varphi(z)-\overline{z}\varphi'(z)-\psi'(z)\right]\\
V_\theta&=\frac{1+\nu}{E}I\left[\frac{3-\nu}{1+\nu}\varphi(z)-\overline{z}\varphi'(z)-\psi'(z)\right]
\end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

極座標を用いる場合には

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_\theta+\sigma_r&=\sigma_x+\sigma_y\\
\sigma_\theta-\sigma_r+2i\tau_{r\theta}&=e^{2i\theta}(\sigma_y-\sigma_x+2i\tau_{xy})
\end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

(17)式より

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_\theta+\sigma_r&=4R[\varphi'(z)]\\
\sigma_\theta-\sigma_r+2i\tau_{r\theta}&=2e^{2i\theta}\left[\overline{z}\varphi''(z)+\psi''(z)\right]
\end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

種々の形状を表現するために一般式として

$\omega(\zeta)=\zeta+\Delta\zeta$ を用いた場合に $\varphi(z)$ 及び $\psi(z)$ は

$$\left.\begin{aligned}
\varphi(z)&=\varphi[\omega(\zeta)]=\varphi_1(\zeta)\\
\psi(z)&=\psi[\omega(\zeta)]=\psi_1(\zeta)
\end{aligned}\right\} \qquad (19)$$

であるので(19)式をそれぞれ微分したものは次式になる。

$$\left.\begin{aligned}
\varphi'(z)&=\frac{d\varphi(z)}{dz}=\frac{d\varphi_1(\zeta)}{d\zeta}\cdot\frac{d\zeta}{dz}=\frac{\varphi_1'(\zeta)}{\omega'(\zeta)}\\
\psi'(z)&=\frac{d\psi(z)}{dz}=\frac{d\psi_1(\zeta)}{d\zeta}\cdot\frac{d\zeta}{dz}=\frac{\psi_1'(\zeta)}{\omega'(\zeta)}\\
\varphi''(z)&=\frac{d}{d\zeta}\left[\frac{\varphi_1'(\zeta)}{\omega'(\zeta)}\right]\frac{d\zeta}{dz}=\frac{\varphi_1''(\zeta)\omega'(\zeta)-\varphi_1'(\zeta)\omega''(\zeta)}{[\omega'(\zeta)]^2}\\
\psi''(z)&=\frac{d}{d\zeta}\left[\frac{\psi_1'(\zeta)}{\omega'(\zeta)}\right]\frac{d\zeta}{dz}=\frac{\psi_1''(\zeta)\omega'(\zeta)-\psi_1'(\zeta)\omega''(\zeta)}{[\omega'(\zeta)]^2}
\end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

(20)式を用いて(14), (15), (16), (18)式をそれぞれ計算することができる。応力関数の求め方は鏡像の原理を用いる方法が一番簡単なものと考えるがここではそれには触れない。

3. 結論

トンネルの形状は、それほど複雑ではないが掘削段階を考慮すると写像関数を用いて近似させてもかなり苦労する。しかしながら有限要素法を用いる方法よりはかなり簡単で場合によっては手計算だけでもトンネル周辺応力及び変位を求めることは可能である。これ等の結果を用いてNATMにおける計測結果を評価する方法について考えたが、ここでは解析の手法について考察するにとどまり具体的方法としては別紙で考えたい。

参考文献

1. Erich Wieser : Vorschlag zur Ermittlung der Spannungsverteilung und der Verschiebungen im Gebirge und um einen Hohlraum mit beliebig geformtem Querschnitt. Der Bauingenieur 47(1972) Heft 3 P.97～100
2. 森口繁一 : 2次元弾性論、岩波書店
3. C.T.ワン : 応用弾性学、森北出版