

鳥取大学 正員 ○木山英郎
 “ “ 藤村 尚
 東洋建設 “ 森木 悟

1. はじめに

傾斜地盤中のトンネル周辺の応力解析は伊藤(1951)によってなされているが、応力関数は二重級数で展開しているため、これを利用して変位関数を求めることは容易でない。そこで、前報(その3: 56年度年次大会)の水平地盤に対して用いた Mindlin 形式の応力関数を、改めて傾斜地盤について誘導し、それから変位関数を求める方法を採用した。

2. 地盤内初期応力状態の仮定

図-1 に示す傾斜角 θ の地盤のトンネル掘削前の初期応力状態として、地盤の単位体積重量 w による自由土圧に x 方向変位拘束条件を加えた次式の状態を仮定する。

$$(1) \begin{cases} \sigma_x = -wy \cos \theta + G_0 wy, & G_0 = \left(\frac{1-2\nu}{1-\nu} \cos \theta - \sin \theta \tan \theta \right); \\ \sigma_y = -wy \cos \theta; & \tau_{xy} = -wy \sin \theta \end{cases}$$

これは弾性力ポテンシャル Ω と応力関数 χ_0 を用いて次式のように表わされる。

$$(2) \begin{cases} \sigma_x = \partial^2 \chi_0 / \partial y^2 + \Omega, & \Omega = -wy \cos \theta, \quad \chi_0 = \chi_1 + \chi_2, \\ \sigma_y = \partial^2 \chi_0 / \partial x^2 + \Omega, & \chi_1 = G_0 wy^3 / 6, \quad \chi_2 \text{ は } -\partial^2 \chi_2 / \partial x \partial y = -wy \\ \tau_{xy} = -\partial^2 \chi_0 / \partial x \partial y, & \sin \theta \text{ と } \partial^2 \chi_2 / \partial y^2 = \partial^2 \chi_2 / \partial x^2 = 0 \text{ を満す.} \end{cases}$$

この中、 Ω と χ_1 は水平地盤で既に解析しており、 χ_2 のみが問題となる。

3. 双極座標 (α, β) の応力関数 χ と変位関数 Q

図-1 に示すように半径 r_0 、軸深 $y=h_0$ のトンネルを掘削したとき、トンネル壁面を $\alpha=\alpha_1$ 、地表面を $\alpha=0$ とする双極座標を用いて、境界条件は次式で表わされる。

$$(3) \{ (\sigma_\alpha)_{\alpha=0} = (\tau_{\alpha\beta})_{\alpha=0} = 0, (\sigma_\alpha)_{\alpha=\alpha_1} = (\tau_{\alpha\beta})_{\alpha=\alpha_1} = 0. \}$$

初期応力式(2)が作るトンネル壁面応力 $(\sigma_\alpha)_{\alpha=\alpha_1}$ 、 $(\tau_{\alpha\beta})_{\alpha=\alpha_1}$ を消去するための第一近似の応力関数 χ_3 として、トンネル中心に質量欠損に見合う集中力 $w\pi r_0^2$ を作用させる。これは極 $(y=a)$ における x 方向と y 方向集中力およびモーメントに分解すれば、容易に $\alpha > 0$ 領域で変位の一意性を保証する応力関数(4)を得る。

$$(4) \begin{cases} \chi_3 / J = K_0 \{ \{ \ominus \sin \beta - \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} [\alpha \sinh \alpha - \alpha (\cosh \alpha - \cos \beta) \} \} \cos \theta - \{ \ominus \sinh \alpha - \ominus \coth \alpha_1 (\cosh \alpha - \cos \beta) \\ + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \alpha \sin \beta \} \sin \theta \} ; K_0 = -w r_0^2 / 2. \end{cases}$$

これに補助応力関数 χ_4 を加えて $(\chi_3 + \chi_4)$ が $\alpha=0$ の境界条件を満足するように調整しておく。

$$(5) \{ \chi_4 / J = K_0 \{ \frac{1}{4(1-\nu)} (\cosh 2\alpha - \sinh 2\alpha - 1) \cos \beta \} \cos \theta + \frac{1}{2} \{ (\coth \alpha_1 - \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}) (\cosh 2\alpha - \sinh 2\alpha) \sin \beta \} \sin \theta \}$$

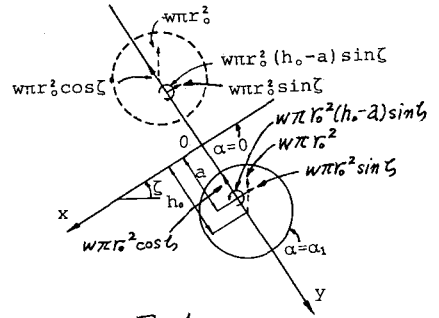


図-1

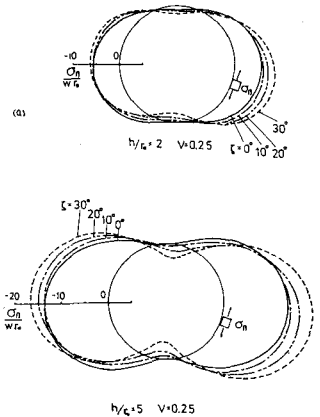


図-2 壁面応力 σ_β

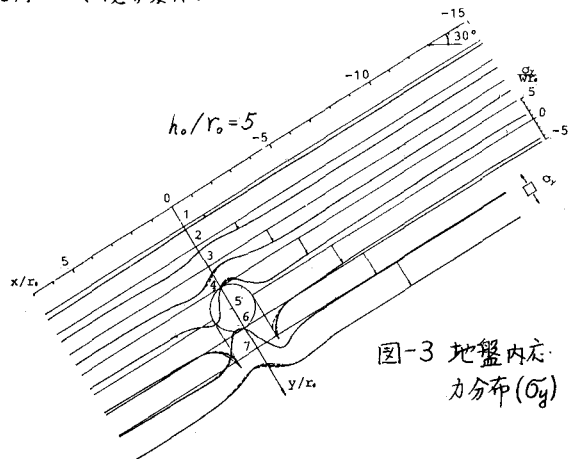


図-3 地盤内応力分布 (σ_y)

最後に、応力関数の一般解の中から $\alpha=0$ の境界条件を満足する関数 χ_5 を選び、 $(\chi_3+\chi_4+\chi_5)$ が式(2)の Ω , χ_1, χ_2 の作る壁面初期応力 $(\sigma_\alpha)_{\alpha=0}, (\tau_{\alpha\beta})_{\alpha=0}$ が完全に消える (これによって式(3)の境界条件がすべて満たされる) よう、 χ_5 の任意定数を決定する。

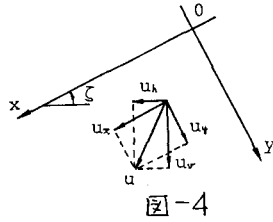


図-4

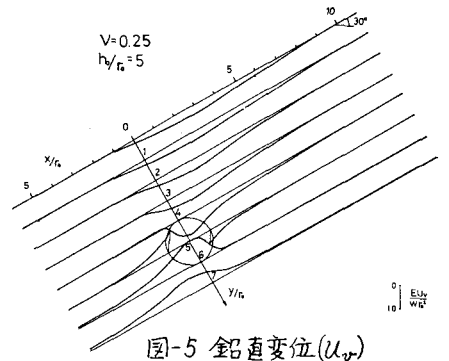


図-5 鉛直変位 (u_v)

$$\begin{aligned} \chi/J &= (\chi_1 + \chi_2 + \chi_3 + \chi_4 + \chi_5)/J \\ &= K_0 \cos \alpha \{ \sin \beta + K_1 \alpha \sinh \alpha + K_2 \alpha (\cosh \alpha - \cos \beta) \\ &\quad + K_3 (\cosh 2\alpha - 1) \cos \beta + K_4 \sinh 2\alpha \cos \beta + \sum_{m=2}^{\infty} \{ L_m [\cosh(m+1)\alpha \\ &\quad - \cosh(m-1)\alpha] + M_m [(m-1) \sinh(m+1)\alpha - (m+1) \sinh(m-1)\alpha] \} \cos m\beta \} \\ (6) \quad &+ J_0 \sin \alpha \{ \sin \beta + J_1 \alpha (\cosh \alpha - \cos \beta) + J_2 \alpha \sin \beta \\ &\quad + J_3 \sinh 2\alpha \sin \beta + J_4 \cosh 2\alpha \sin \beta + \sum_{m=2}^{\infty} \{ S_m [\cosh(m+1)\alpha \\ &\quad - \cosh(m-1)\alpha] + T_m [(m-1) \sinh(m+1)\alpha - (m+1) \sinh(m-1)\alpha] \} \sin m\beta \} \\ &+ G'_0 \{ \sinh^3 \alpha / (\cosh \alpha - \cos \beta)^2 + K'_2 \alpha (\cosh \alpha - \cos \beta) \\ &\quad + K'_3 (\cosh 2\alpha - 1) \cos \beta + K'_4 \sinh 2\alpha \cos \beta + \sum_{m=2}^{\infty} \{ L'_m [\cosh(m+1)\alpha \\ &\quad - \cosh(m-1)\alpha] + M'_m [(m-1) \sinh(m+1)\alpha - (m+1) \sinh(m-1)\alpha] \} \cos m\beta \} \end{aligned}$$

対応する変位関数 Q は次式となる (適合条件を考慮したのみで、剛体変位の特別を付加はなされていない)。

$$\begin{aligned} Q/J &= 2K_0 \cos \alpha \{ \sin \beta \ln (\cosh \alpha - \cos \beta) + K_1 \beta \sinh \alpha \\ &\quad + K_2 \beta (\cosh \alpha - \cos \beta) + K_3 \sinh 2\alpha \sin \beta + K_4 \cosh 2\alpha \sin \beta \\ &\quad + \sum_{m=2}^{\infty} \{ L_m [\sinh(m+1)\alpha - \sinh(m-1)\alpha] \\ &\quad + M_m [(m-1) \cosh(m+1)\alpha - (m+1) \cosh(m-1)\alpha] \} \sin m\beta \} \\ (7) \quad &+ 2J_0 \sin \alpha \{ \sinh \alpha \ln (\cosh \alpha - \cos \beta) \\ &\quad + J_1 (\cosh \alpha - \cos \beta) \} \ln (\cosh \alpha - \cos \beta) - 1 \} \\ &+ J_2 \beta \sin \beta - J_3 \cosh 2\alpha \cos \beta - J_4 \sinh 2\alpha \cos \beta \\ &- \sum_{m=2}^{\infty} \{ S_m [\sinh(m+1)\alpha - \sinh(m-1)\alpha] \\ &\quad + T_m [(m-1) \cosh(m+1)\alpha - (m+1) \cosh(m-1)\alpha] \} \cos m\beta \} \\ &+ 2G'_0 \{ - \sum_{m=2}^{\infty} \{ (m-1) \sinh(m+1)\alpha - (m+1) \sinh(m-1)\alpha \} \sin m\beta \\ &\quad + K'_2 \beta (\cosh \alpha - \cos \beta) + K'_3 \sinh 2\alpha \sin \beta + K'_4 \cosh 2\alpha \sin \beta \\ &\quad + \sum_{m=2}^{\infty} \{ L'_m [\sinh(m+1)\alpha - \sinh(m-1)\alpha] + M'_m [(m-1) \cosh(m+1)\alpha - (m+1) \cosh(m-1)\alpha] \} \sin m\beta \} \end{aligned}$$

ここに、係数 $K_0, K_1, K_2, K_3, K_4, L_m, M_m; K'_2, K'_3, K'_4, L'_m, M'_m$ は水平地盤の場合と同じであり、 $J_0, J_1, J_2, J_3, J_4, S_m, T_m; G'_0$ が新に加わっている。

4. 計算結果

応力解の例として、トンネル壁面応力を図-2、トンネルによる地盤内応力の擾乱範囲を示す例を図-3に示す。変位解の例として、図-4に示す鉛直変位成分 u_v 、変位ベクトル u を用い、図-5は地盤内の鉛直変位 u_v の一例を、図-6は対応する変位ベクトル u で表わした地盤変位を示す。さらに、 u を用いて描いた地表沈下曲線を図-7に、対応するトンネル壁面の変位 u を図-8に示す。

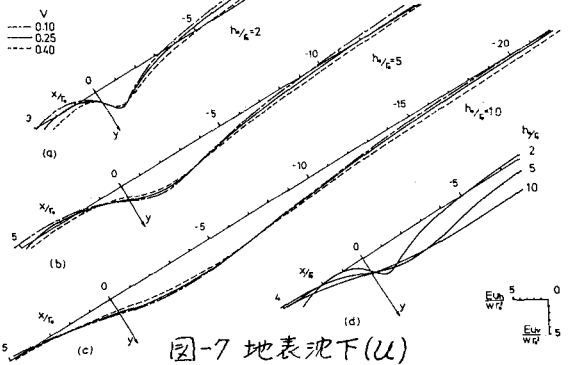


図-7 地表沈下 (u)

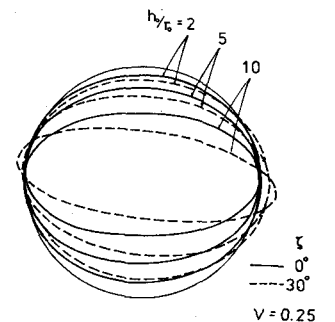


図-8 壁面変位 (u)