

大成建設 ㈱ 土木本部設計部 正員 伊 佐 秀
正員 今 酒 誠
正員 横 江 憲 一

1. まえがき

LNG地下タンクにおいて、経年の凍結面の発達過程及び凍土圧を算定する際に、従来の潜熱を考慮したFEM解析では、凍結の影響をあらかじめ節点に等価な潜熱マトリックスとして振り分けるために、メッシュをかなり細かく切らなければ、解析上節点温度が凍結温度付近で停滞すること、そのため凍土圧を算定するときの重要なパラメータである凍結速度に段差ができてしまうという欠点があった。そこで新しく、時間とともに変化する潜熱マトリックス〔L〕を考慮することにより、凍結・融解を繰り返し受ける現象においても凍結面及び凍結速度を正確に算定できる解法を示し、Neummanの一次元問題の厳密解と比較することにより解法の妥当性を検討したものである。

2. 有限要素法への定式化

一般に軸対称問題における熱伝導の基礎微分方程式は次式で表わされる。

$$\frac{1}{r} \nabla A \cdot \nabla T + q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (1)$$

但し $A = \begin{bmatrix} r \lambda_{rr} & 0 \\ 0 & r \lambda_{zz} \end{bmatrix}$ ここに $\lambda_{rr}, \lambda_{zz}$; r, z 方向の熱伝導率 (Kcal/m・h・℃)
 q ; 発熱率 (Kcal/m³・h)
 ρ ; 密度 (Kg/m³)
 c ; 比熱 (Kcal/Kg・℃)

また、潜熱による微少時間の熱の放出は、次式で表わされ、

$$dL = \frac{dL}{dt} dt \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$= \frac{dL}{dT} \cdot \frac{dT}{dt} dt \quad \dots\dots\dots (3)$$

(3)式を(1)式の右辺に加えて仮想仕事の原理を適用すると、次式が得られる。

$$[M]^e \cdot \frac{\partial}{\partial t} \{T\}^e + [K]^e \{T\}^e = \{F\}^e + [L]^e \frac{\partial}{\partial t} \{T\}^e \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに $[M]^e$; マスマトリックス $\{T\}^e$; 温度ベクトル
 $[K]^e$; 剛性(伝達)マトリックス $\{F\}^e$; 温度荷重ベクトル

ところで、潜熱マトリックス〔L〕^eは次式で表わされ、

$$[L]^e = \frac{\partial}{\partial T} \{L\}^e \quad \dots\dots\dots (5)$$

{L}^eは潜熱による熱の放出を等価な節点発熱に換算したベクトルで次式で表わされる。

$$\{L\}^e = \int_{Vo} \rho \cdot [N]^T \cdot L^* dVo \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに $[N]^T$; 形状関数
 L^* ; 潜熱 (Kcal/Kg)

3. 潜熱計算のフローと誤差の修正

本解法において、時間ステップ ($T_{n-1} \sim T_n$) 間で節点温度が凍結温度以下になった場合に、時間を $(1-\alpha)\Delta t$ だけもどすと同時に次式に示すように、すべての節点温度

$$T_{n-1}^e = T_{n-1}^e + \alpha(T_n^e - T_{n-1}^e) \dots\dots\dots (7)$$

も線形的にその時点までもどす。そこで、潜熱マトリックス $[L]^e$ を再び計算し、残り時間 $(1-\alpha)\Delta t$ を計算する。このときに、totalの熱量のバランスを考慮するために、次式で表わされる誤差ベクトル $\{E\}^e$ を次のステップ

$$\{E\}^e = \{L\}_n^e - \{L\}_{n-1}^e - \{L\}_{n-1}^e \cdot \{\{T\}_n^e - \{T\}_{n-1}^e\} \dots\dots\dots (8)$$

の温度荷重ベクトル $\{F\}^e$ に残り時間 $(1-\alpha)\Delta t$ で割った値を加算する。

4. 一次元厳密解との比較

本解法を図2に示す一次元モデルに適用し、厳密解との比較を行った。なお、時間方向の展開にはCrank-Nicholson法を用いた。FEM解析によって求められた、凍結領域の発達過程を図3に示し、各点の経時的温度変化を図4に示す。

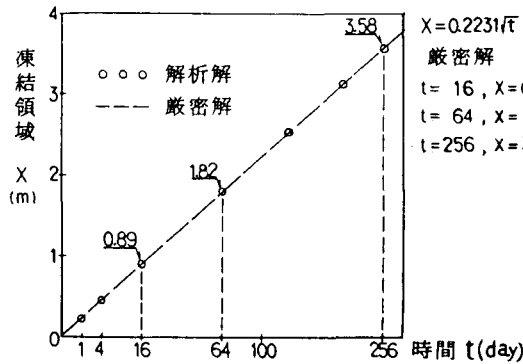
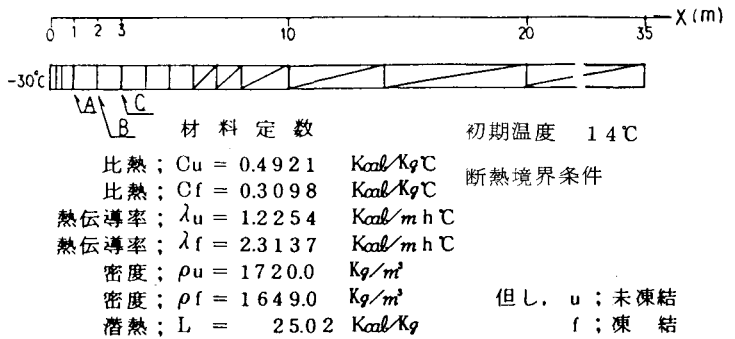


図3 凍結領域の発達過程

図2 一次元解析モデル

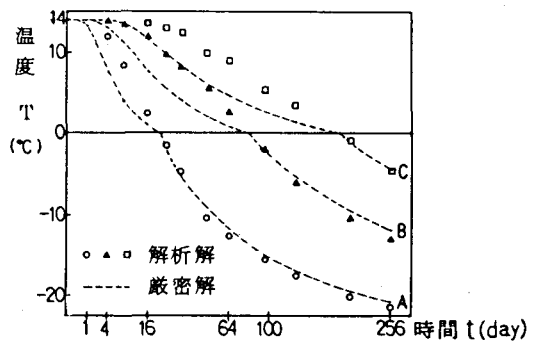


図4 各点における経時的温度変化

5. 解析結果

図3の凍結領域の発達過程は、厳密解と良く一致しておりまた、各節点での経時的温度変化がプラスの領域で多少ずれてはいるが、これはメッシュの粗さから起因する誤差ベクトル $\{E\}^e$ が凍結領域ではマイナスの熱量を、未凍結領域ではプラスの熱量を温度荷重ベクトル $\{F\}^e$ に加算する解析上の影響であると思われる。今回は現実の物理現象との照合はできなかったが、本解析手法はLNG地下タンク周辺土の凍結面の発達過程及び、凍土圧算定の重要なパラメータである凍結速度を求めるうえで十分な精度をもっていると思われる。

参考文献

- 1) 土壌凍結工法について [I] - 凍結理論 高志 勤・和田正八郎 冷凍第30巻・第408号
- 2) 有限要素法の数値計算 菊地文雄