

名古屋大学 (正) 〇市川 康明, 尾原 祐三, 川本 勝
 埼玉大学 (正) 山辺 正
 大成建設(株) (正) 伊藤 文雄

1. はじめに

節理, 層理さらには断層のような多くの不連続面を含む岩盤構造物を対象として数値解析を行なう場合, 有限要素法にジョイント要素を導入, あるいは剛体バネモデル, Cundall モデルを用いることによって相当な成果を得られることが知られている。しかし, これらを用いる場合, あらかじめ不連続面の位置を把握していなければならない, またそれを構成しているバネ定数の決定に多くの問題を残している。

本報告は, Mohr-Coulomb の破壊理論と塑性理論に基づいて, 要素が降伏した際にはせん断方向にクラックが生じ, そのクラックは塑性挙動するような有限要素法を開発し, 斜面上に基礎が置かれたときのクラックが発生および伝播する解析を述べている。以下, その解析方法と解析結果を示す。

2. 塑性クラック要素

(a) クラックの発生および方向

要素内の応力状態が Mohr-Coulomb の破壊基準を満たすと, その要素は降伏したと見做し, 要素内にクラックが生じる。以下, この要素を塑性クラック要素と呼ぶ。

$$f \geq \tau + \sigma_n \tan \phi - C \quad (1)$$

ここで, f は降伏関数, ϕ , C はそれぞれ内部摩擦角と粘着力である。このとき, せん断破壊に対するクラックの発生方向は $\theta = \theta' + \phi/2 - 3\pi/4$ で表わされる。ここで, θ は図1に示すように, x 軸からクラック長軸までの角度, θ' は x 軸より σ_3 までの角度で $2\theta' = \tan^{-1} \{ 2\tau_{xy} / (\sigma_x - \sigma_y) \}$ で表わされる。ここで, σ_x , σ_y , τ_{xy} は x 軸, y 軸方向の垂直応力およびせん断応力である。

引張り破壊に対しては, 応力が引張強度を越えたときに生じ, その方向は図2に示すように $\theta = \theta' - \pi/2$ で表わされる。

(b) クラック内の応力・ひずみ関係

クラック内のひずみ増分は, 弾性ひずみ増分と塑性ひずみ増分の和で表わされ, 塑性ひずみ増分は関連流れ則を用いるとつぎのようである。

$$\dot{\epsilon}_n^p = \lambda \cdot (\partial f / \partial \sigma_n), \quad \dot{\epsilon}_t^p = 0, \quad \dot{\gamma}^p = \lambda \cdot (\partial f / \partial \tau)$$

ここで, $\dot{\epsilon}_n^p$, $\dot{\epsilon}_t^p$, $\dot{\gamma}^p$ は図3に示すようにクラックの局所座標における塑性ひずみ増分であり, σ_n , τ はそれぞれクラック内の垂直応力およびせん断応力である。また, f は降伏関数で $f(\sigma_n, \tau, \beta) = 0$ であり, β はソフティングパラメーターである。塑性ひずみ増分は次式で表わされる。

$$\dot{\epsilon}_n^p = C \dot{\beta} / H \quad \text{ただし} \quad C = (\partial f / \partial \sigma_n) \cdot (\partial f / \partial \sigma) \\ H: \text{ハーディングパラメーター}$$

降伏関数として Mohr-Coulomb の破壊基準(1)を用い, C は次式で表わされる。 $C(\beta) = C_0 - C_1 \beta$, $\beta = \dot{\gamma}^p$ ここで, C_0 は初期の粘着力であり, $C_1 \beta$ はクラック内の塑性せん断ひずみに伴って粘着力を低下させる値となる。さらに, Drucker の適合条件により次式を得る。

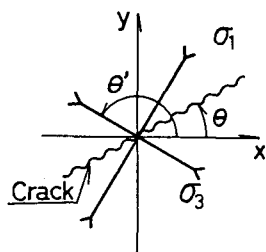


図1 せん断クラックの方向

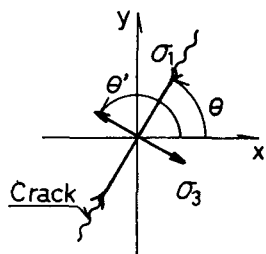


図2 引張りクラックの方向

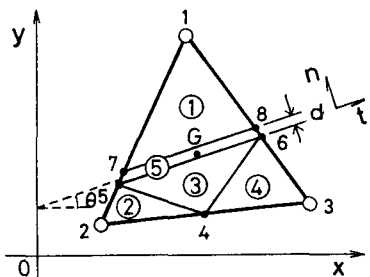


図3 塑性クラック要素

$$\lambda = \dot{\beta} = (\partial f / \partial \sigma) \cdot \dot{\sigma} / (-\partial f / \partial \beta)$$

$$\text{ただし, } \partial f / \partial \beta = (\partial f / \partial C) \cdot (\partial C / \partial \beta) = C_1$$

したがって、塑性ひずみ増分は $\dot{\epsilon}^p = -C_1 \dot{\sigma} / C_1$ となる。

一方、弾性状態の構成式は $\dot{\epsilon}^e = D^{-1} \dot{\sigma}$ であるので、全体のひずみ増分はつぎのようである。

$$\dot{\epsilon} = (D^{-1} - C_1 / C_1) \cdot \dot{\sigma}$$

この関係は局所座標におけるものであるから、用いる際には全体座標へ座標変換しなければならない。なお、クラック要素はアイソパラメトリック要素を用い、その厚さ d は η を用いて $d = \eta \sqrt{A}$ A : 要素の面積 で表わす。

(C) 要素剛性マトリックス²⁾

降伏した要素には図3に示すようにサブエレメント①～⑤を導入し、①～④は弾性体、⑤を弾塑性体として挙動すると仮定すると要素内では

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{uu} & K_{ue} \\ K_{eu} & K_{ee} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_u \\ U_e \end{Bmatrix} \quad \left. \begin{array}{l} \alpha: \text{外部節点} \\ \beta: \text{内部節点} \end{array} \right\} \text{に関する項}$$

が成立する。内部節点は力を伝達しないので $F_\beta = 0$ であるから、要素剛性マトリックス K^e は次式のようにになる。

$$K^e = K_{uu} - K_{ue} K_{ee}^{-1} K_{eu}$$

3. 解析結果

解析モデルは図4に示すようであり、法先に幅4mの基礎(Case1)、法先から4mのところに幅4mの基礎(Case2)が置かれた場合の解析を行ない、荷重は強制変位で与えた。なお、斜面の材料定数は図中に示し、 $\eta = 0.1$ とした。図5、6はそれぞれの場合の破壊進展の様子であり、図中の線はクラックの発生および方向を示し、これが連結したときに破壊したと見做す。Case1では、基礎の沈下が2.5cmのときすでに法先で破壊が始まり、沈下量5.5cmのときには斜面の1/2の高さですべりが起きている。しかし、Case2では、クラックの連結は斜面の表面には見られず、沈下が8.5cmになって法先でわずかな破壊が生じている。

図7に基礎の反力・変位曲線を示す。両者共に非線形な曲線を示すが、Case1では斜面に破壊が生じるため耐力はCase2に比べてわずかに小さくなっていることがわかる。

4. おわりに

Mohr-Coulombの破壊基準と塑性理論に基づいた新しい有限要素法を開発し、斜面に対して適用し、逐次破壊現象を表現することができた。

参考文献

- 1) Pietruszczak, St. & z. Mroz, "Finite Element Analysis of Deformation of Strain-Softening Materials", Int. J. for Num. Methods in Eng., vol.17, 1981, pp.327-334.
- 2) Kawamoto, T. & N. Takeda, "An Analysis of Progressive Failure in Rock Slopes", 3rd Int. Conf. on Num. Mech. in Geomech., Aachen, 1979, pp.797-808.

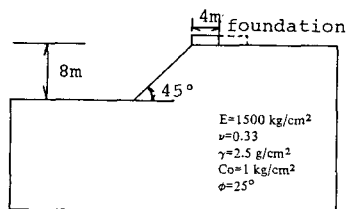


図4 解析モデル

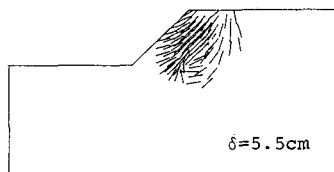
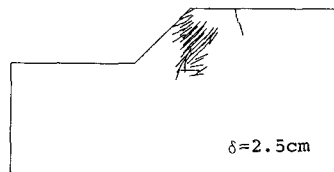


図5 逐次破壊 (Case1)

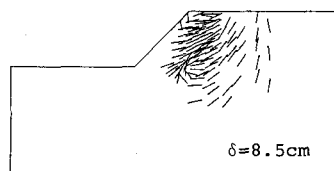
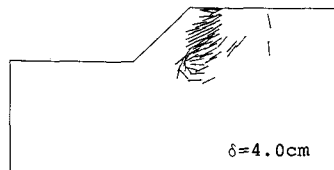


図6 逐次破壊 (Case2)

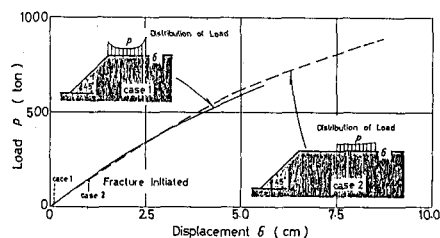


図7 荷重・変形曲線