

1. まえがき

締め固め土のように飽和度が100%に近いと間隙はいわゆる封入不飽和となり、間隙流体は単一の圧縮性流体とみなせる¹⁾。そして、締め固め土における浸透と変形の連成問題の支配方程式を誘導する際、流体圧が正であれば、飽和土と同様に有効応力として次式が適用できるものとした²⁾。

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - u \delta_{ij} \quad \dots (1)$$

ここで、 σ'_{ij} は有効応力、 σ_{ij} は全応力、 u は間隙流体圧、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタをそれぞれ表わす。ただし、間隙流体が圧縮性である場合の有効応力式として上式が成立するかどうかの十分な検討は行われずにいた。

本報告は、土を二相混合体とみる立場から、間隙流体が圧縮性である場合も有効応力式として式(1)が適用できることを検討したものである。

2. 二相混合体の応力-ひずみ関係と有効応力

土を土粒子骨格からなる固体相と間隙流体からなる流体相との二相混合体と考える。二相混合体理論の土の力学挙動の表現への適用は他の研究に詳しいが、ここでは、二相間の相互作用は体積変化にのみ生じるものとし、応力-ひずみ関係としては圧縮変形に関するものだけを取り上げる。骨格や流体の応力-ひずみ関係の線形性を仮定すると、二相混合体の応力-ひずみ関係は次式のようになる⁴⁾。

$$\sigma^s = \alpha_b \cdot e_b + \alpha_c \cdot e_a \quad \dots (2)$$

$$\sigma^f = \alpha_c \cdot e_b + k_c \cdot e_a \quad \dots (3)$$

ここで、 σ^s および σ^f はそれぞれ固体相および流体相の等方応力であり、外圧力を σ とすると $\sigma = \sigma^s + \sigma^f$ である。 e_b, e_a はそれぞれ固体相および流体相の体積ひずみである。我々が通常いう土の体積ひずみはこの固体相のひずみ e_b である。なお、 α_b, α_c, k_c は材料定数である。式(2), (3)より応力-ひずみ関係は次のようにも表わせる。

$$e_b = \frac{1}{\alpha_b k_c - \alpha_c^2} (k_c \sigma^s - \alpha_c \sigma^f) \quad \dots (4)$$

$$e_a = \frac{1}{\alpha_b k_c - \alpha_c^2} (\alpha_b \sigma^f - \alpha_c \sigma^s) \quad \dots (5)$$

e_b, e_a は土粒子実質部分の体積ひずみ e_s 、流体の実質の体積ひずみ e_w および間隙の体積ひずみ e_p と次の関係にある。ただし n は間隙率である。

$$e_b = n e_p + (1-n) e_s \quad \dots (6)$$

$$e_a = e_w + (1-n) (e_s - e_p) \quad \dots (7)$$

いわゆる非被覆状態⁴⁾の場合、 $e_a = e_p = e_s$ であり、流体圧を u とすると $\sigma^s = (1-n)u$ 、 $\sigma^f = nu$ 、 $e_s = C_s u$ 、 $e_w = C_w u$ (ただし C_s および C_w は土粒子および流体の実質の圧縮率)となり、これらの式(2), (3)に代入して整理すると次式が導かれる。

$$1-n = \alpha_b C_s + \alpha_c C_e \quad \dots (8)$$

$$n = \alpha_c C_s + k_c C_e \quad \dots (9)$$

また、 $\sigma^f = 0$ (流体が水の場合は排水状態)を考えると、これを式(4)に代入して次式を得る。

$$e_b = \frac{k_c}{\alpha_b k_c - \alpha_c^2} \sigma^s = C_b \cdot \sigma^s \quad \dots (10)$$

ここで

$$C_b = \frac{k_c}{\alpha_b k_c - \alpha_c^2} \quad \dots (11)$$

は土粒子骨格の圧縮率である。そして式(8), (9), (11)から α_b, α_c, k_c を C_b, C_s, C_e によって次のように表わせる。

$$\alpha_b = \frac{n C_s + (1-n) C_b - (1-n) C_s}{n C_e C_b + (1-n) C_s C_b - C_s^2} \quad \dots (12)$$

$$\alpha_c = \frac{(1-n) \cdot n C_b - n C_s}{n C_e C_b + (1-n) C_s C_b - C_s^2} \quad \dots (13)$$

$$k_c = \frac{n^2 C_b}{n C_e C_b + (1-n) C_s C_b - C_s^2} \quad \dots (14)$$

これを式(4)に代入することにより次式を得ることができる。

$$e_b = C_b \left[\sigma^s - \frac{1}{n} \left\{ (1-n) - \frac{C_s}{C_b} \right\} \sigma^f \right] \quad \dots (15)$$

上式は $\sigma^s = \sigma - \sigma^f$ を代入すると次式のようになる。

$$e_b = C_b \left\{ \sigma - \left(1 - \frac{C_s}{C_b} \right) \frac{\sigma^f}{n} \right\} \quad \dots (16)$$

そしてさらに、実質の流体圧（すなわち測定される圧力）を P とすると $\sigma^f = nP$ となるので、式(16)は次のようにもなる。

$$e_b = C_b \left\{ \sigma - \left(1 - \frac{C_s}{C_b} \right) P \right\} \quad \dots (17)$$

ここで、有効応力の定義として、作用する外圧力 σ のうち土の変形に寄与する成分を有効応力 σ' というものとすれば、式(17)より、有効応力 σ' は結局次のように表わされる。

$$\sigma' = \sigma - \left(1 - \frac{C_s}{C_b} \right) P \quad \dots (18)$$

流体圧 P は測定される圧力であるが、 $e_b = e_a$ となる密封状態（流体が水の場合は非排水状態）の場合には P は次式のように計算される。

$$P = \frac{C_b - C_s}{nC_s + C_b - (1+n)C_s} \sigma \quad \dots (19)$$

式(18)において、 $C_s/C_b = 0$ 、すなわち土粒子実質部分の圧縮率が骨格のそれに比べて無視できるものであるとすれば、有効応力は $\sigma' = \sigma - P$ となる。これは飽和土に適用されてきた有効応力に他ならない。

3. 結論

間隙流体が圧縮性である土にも、有効応力式として式(1)が適用できることを、土と土粒子骨格の固相相と圧縮性間隙流体の流体相との二相混合体とする立場から検討した。本報告の結論は以下のようになる。

- (1) 有効応力の定義として、土に作用する外圧力のうち、土の変形に寄与する成分を有効応力というものとす。
- (2) (1)の定義によると、土粒子実質部分の圧縮率が土粒子による骨格の圧縮率に比較して無視しうるとき、有効応力は、便宜的に全応力から実質の間隙流体圧（測定される圧力）を差し引いたものとして表わされる。すなわち、飽和土において従来より用いられている有効応力式が適用できる。

本報告で明らかにしたように、間隙流体が非圧縮とみなせる飽和土に限らず、単一の圧縮性とみなせる場合（封入不飽和状態もしくはきわめて飽和度が小さい場合）も、土粒子実質部分の圧縮性が骨格のそれに比べて無視できれば、同一の有効応力式が適用できる。したがって、たとえば三軸試験において、間隙流体圧を測定すれば密封状態の試験により骨格の強度定数を求めることができる。さらに、体積変化を同時に測定すれば、骨格の変形特性も明らかにすることができる。

4. 参考文献

- 1) CHANG C.S. AND DUNCAN, J.M. ; ANALYSIS OF CONSOLIDATION OF EARTH AND ROCK-FILL DAMS, CONTRACT REPORT S-PTT-4, U. S. ARMY ENGINEER WATERWAYS EXPERIMENT STATION, 1977.
- 2) 中川、駒田；締め固め土における浸透と変形の連成問題，第15回土質工学研究発表講演集，1980，pp.833-836.
- 3) Oka, F. ; CONSTITUTIVE THEORY FOR SOLID-FLUID MIXTURE AND ITS APPLICATION TO STRESS WAVE PROPAGATION THROUGH COHESIVE SOIL, PROC. J.S.C.E., No. 212, 1978, pp. 117-130.
- 4) 岡二三生；二相混合体理論からみた有効応力の定義について，土木学会論文報告集，第299号，1980，pp.59-65.