

III-103 力学量 t_{ij} の Anisotropic Cam Clay Model への適用

名古屋工業大学 大学院 学生員 ○三原 泰司
 名古屋工業大学 正員 中井 照夫
 名古屋工業大学 正員 松岡 元

前報¹⁾において、土のような粒状性材料の3次元応力下の力学挙動を統一的に説明しうる力学量として新たなテンソル量 t_{ij} を提案し、その Cam-Clay Model²⁾³⁾への適用を図った。本報告では、異方圧密(例えば K_0 圧密)された正規圧密粘土の力学モデルである関口・太田による Anisotropic Cam Clay Model⁴⁾への t_{ij} の導入を試み、その妥当性について検討する

1. 力学量 t_{ij} の定義¹⁾

空間滑動面(SMP)とそれに基づくひずみ増分量の概念(SMP*の概念⁵⁾)では、主応力 σ_i のテンソル変換量で与えられる SMP 上の垂直応力およびせん断応力(σ_{SMP} , τ_{SMP})と、主ひずみ増分 $d\epsilon_i$ のベクトル変換量、つまり主ひずみ増分ベクトルの SMP に垂直な成分および平行な成分で与えられるひずみ増分量($d\epsilon_{SMP}^*$, $d\epsilon_{SMP}$)の間でユニークな関係式が成立することも基本条件として3主応力下の土の変形・強度特性を説明している。さて、いま主応力 σ_i に SMP の方向余弦 $a_i = \sqrt{J_3} / (\sigma_i \cdot J_2)$ (J_2 , J_3 : 応力の2次, 3次の不変量)を乗じた量 $t_i = \sigma_i \cdot a_i$ を用いて(σ_{SMP} , τ_{SMP})を表わせば

$$\sigma_{SMP} = \sigma_1 \cdot a_1^2 + \sigma_2 \cdot a_2^2 + \sigma_3 \cdot a_3^2 = t_1 \cdot a_1 + t_2 \cdot a_2 + t_3 \cdot a_3 \equiv t_N \quad (1)$$

$$\tau_{SMP} = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 \cdot a_1^2 \cdot a_2^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \cdot a_2^2 \cdot a_3^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \cdot a_3^2 \cdot a_1^2} \\ = \sqrt{(t_1 \cdot a_2 - t_2 \cdot a_1)^2 + (t_2 \cdot a_3 - t_3 \cdot a_2)^2 + (t_3 \cdot a_1 - t_1 \cdot a_3)^2} \equiv t_S \quad (2)$$

となり、($d\epsilon_{SMP}^*$, $d\epsilon_{SMP}$)が $d\epsilon_i$ のベクトル変換量であるのと同様、(σ_{SMP} , τ_{SMP})は t_i のベクトル変換量とみなすことができる。なお、($d\epsilon_{SMP}^*$, $d\epsilon_{SMP}$)は次式で与えられる。

$$d\epsilon_{SMP}^* = d\epsilon_1 \cdot a_1 + d\epsilon_2 \cdot a_2 + d\epsilon_3 \cdot a_3 \quad (3)$$

$$d\epsilon_{SMP} = \sqrt{(d\epsilon_1 \cdot a_2 - d\epsilon_2 \cdot a_1)^2 + (d\epsilon_2 \cdot a_3 - d\epsilon_3 \cdot a_2)^2 + (d\epsilon_3 \cdot a_1 - d\epsilon_1 \cdot a_3)^2} \quad (4)$$

したがって、SMP*の概念は t_i および $d\epsilon_i$ のベクトル変換量間でユニークな関係式を規定する概念と解釈できる。このことは、たとえその初期構造が等方的であっても連続体の立場からみれば異方的な挙動を示す土のような摩擦則に従う粒状性材料は、応力 σ_{ij} の代りに t_{ij} ($t_i = \sigma_i \cdot a_i$ を主値とするテンソル量)を用いて解析すれば等方的な連続体のように取り扱える可能性を示唆している。なお、 t_{ij} の主値の方向は主応力 σ_i の方向に一致するものとする。

2. Anisotropic Cam-Clay Model への適用

すでに、三軸圧縮条件下で組み立てられた構成式の3次元応力下への拡張例として、 t_{ij} の Cam-Clay Model¹⁾への適用を試みているので、ここでは関口・太田による inviscid な Anisotropic Cam-Clay Model⁴⁾への適用を図る。関口・太田は異方圧密された粘性土の力学挙動を説明するために、次式で示される換算応力比 η^* を導入した。

$$\eta^* = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right) \cdot (\eta_{ij}^* - \eta_{ij}) \cdot (\eta_{ij}^* - \eta_{ij})} \quad (5)$$

$$\text{ここに、} \eta_{ij}^* = S_{ij} / p \quad (p: \text{平均主応力, } S_{ij}: \text{偏差応力 } \sigma_{ij} - p \cdot \delta_{ij}) \quad (6)$$

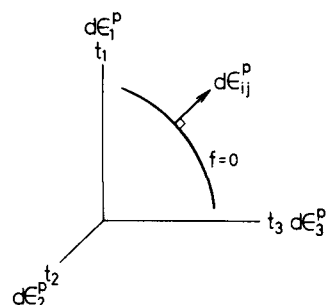


図-1 降伏関数と塑性ひずみ増分方向の関係

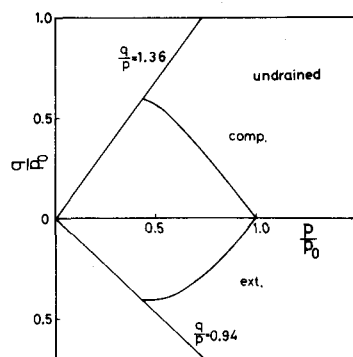


図-2 等方圧密後の非排水試験の有効応力経路(解析結果)

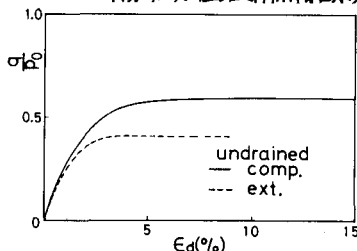


図-3 等方圧密後の非排水試験の応力-ひずみ関係(解析結果)

γ_{ij0} は異方圧密終了時の応力状態に決まる γ_{ij} の初期値を表わす。

さて、Cam-Clay Model に γ_{ij} を適用すると Cam-Clay Model の応力比 q/p ($q/\sigma_3 - \sigma_3$) に対応する γ_{ij} 空間の応力比は $X \equiv \tau_{ij}/\sigma_N$ となるので、ここでは、 γ^* に対応する γ_{ij} 空間の X^* を求める (なお簡単なため γ_{ij} の 6 次元空間ではなく、主値 λ_i の 3 次元空間で考える)。3 次元空間に λ_i の SMP に平行な成分 (せん断成分) を示すと

$$\tau_{ij}^* = \tau_{ij} - \sigma_N = (\sigma_1 - \sigma_N a_1, \sigma_2 - \sigma_N a_2, \sigma_3 - \sigma_N a_3) \quad (7)$$

となるので、上述の γ_{ij} に相当する量は $X_i = (\sigma_i - \sigma_N a_i)/\sigma_N$ (8) で与えられる。

したがって、異方圧密時の応力状態に決まる X_i の初期値を X_{i0} とすると、

γ^* 同様次式で換算応力比 X^* が求められる。

$$X^* = \sqrt{(X_i - X_{i0})(X_i - X_{i0})} \quad (9)$$

ゆえに、関口・太田モデルに γ_{ij} を導入すると λ の降伏関数は次式で表わされる。

$$f = \frac{\lambda - K}{1 + e_0} \left[\ln \frac{\sigma_N}{\sigma_{N0}} + \frac{X^*}{M^*} \right] - \epsilon_v^p \quad (10)$$

ここに、 $\lambda = 0.434 C_c$ (圧縮指数)、 $K = 0.434 C_s$ (膨張指数)、 ϵ_v^p : 塑性体積ひずみ M^* : $d\epsilon_{ij}^p/d\sigma_N = 0$ 時の応力比で破壊応力比の関数となる。

ところで、式 (10) に Flow Rule を使えば塑性ひずみ増分が計算されるが、ここで注意すべきことは図-1 に示すように応力空間ではなく、 γ_{ij} 空間で normality condition が成立することである。

次に解析例を示す。用いたパラメータは藤の森粘土のパラメータ¹⁾を参考にして $\lambda/(1+e_0) = 5.078$ (%), $(\sigma_3/\sigma_1)_f = 3.5$ (破壊時の応力比), $\gamma_e = 0.3$ (ポアソン比), $K_0 = 0.5$, $\lambda_e/(1+e_0) = 2.0$ (%) とした。図-2, 3 は等方圧密後の三軸圧縮、伸張条件下の非排水試験の解析結果を示す。なお、等方圧密時には $X^* = X \equiv \tau/\sigma_N$ となり式 (10) で与えられる降伏関数は前報の Original Cam-Clay Model への適用例と一致する。図-4, 5 には藤の森粘土の実測値を示しているが、図-2, 3 の解析結果は、有効応力経路と応力・ひずみ関係にみられる圧縮・伸張間の実測値の差異をよく説明している。(Cam-Clay Model によればこのような実測値の差を説明できない) 次に、図-6, 7 は K_0 圧密後の粘土の非排水試験の解析結果を示している。関口・太田モデルの解析結果とよく似た傾向を示しているが、関口・太田モデルでは破壊時の応力比 q/p が圧縮側と伸張側で同じ値になるのに対し、こゝでの解析結果は圧縮側の q/p が伸張側のそれより大きくなる。参考までに、以上の解析結果から三軸圧縮・伸張条件下の強度増加率の比を計算すると、等方圧密後の解析結果では $(C_u/p)_{ext.}/(C_u/p)_{comp.} = 0.77$, K_0 圧密後の解析結果では $(C_u/\sigma_3)_{ext.}/(C_u/\sigma_3)_{comp.} = 0.25$ となる。これらは図-4, 5 から得られる藤の森粘土の実測値 (0.71) や他の実験結果の傾向と一致する。

参考文献; 1) 中井・松岡・三原 (1982): 第17回土質工学会。2) Schofield・Worth (1968): Critical State Soil Mech. 3) Roscoe・Burland (1968): Engineering Plasticity, Cambridge Univ. pp.535~609, 4) 関口・太田 (1977): Specialty Session 9, 9th ICSMFE, pp.229~238. 5) 中井・松岡 (1980): 土木学会論文報告集 No.303, pp.65~77.

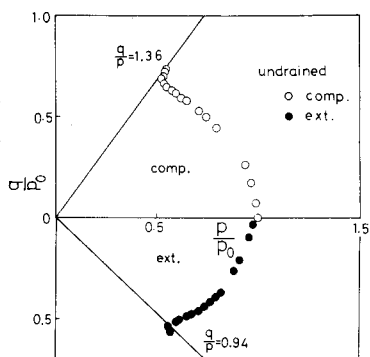


図-4 等方圧密後の非排水試験の有効応力経路 (実測値)

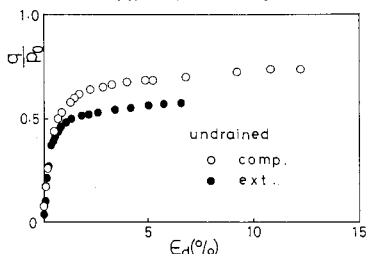


図-5 等方圧密後の非排水試験の応力・ひずみ関係 (実測値)

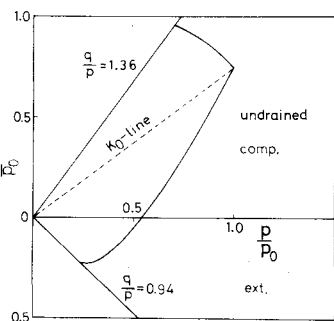


図-6 K_0 圧密後の非排水試験の有効応力経路 (解析結果)

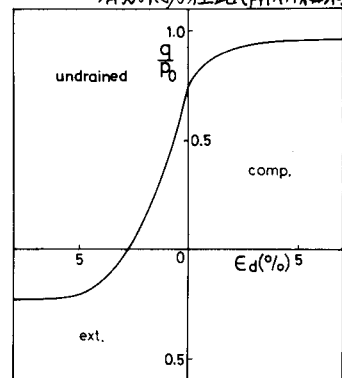


図-7 K_0 圧密後の非排水試験の応力・ひずみ関係 (解析結果)