III-82　軟弱地盤上盛土の当初設計に関する最適化

○金沢工業大学　正会員　川村國夫
金沢工業大学　学生会員　小保方　聡

1. まえがき；　信頼性設計に基づく最適設計の対象として多段載荷工法による盛土施工を取上げ，適正な各段階の盛土高さとその圧密放置期間を決定する。これは，盛土完成までの全工程に関する概略的な適正解を施工開始前に決定する方法であることから，図1における各段階の盛土高H_I，H_{II},…,H_Nおよび圧密放置期間T_I,T_{II},…,T_Nを信頼性設計によって求めようとするものである。

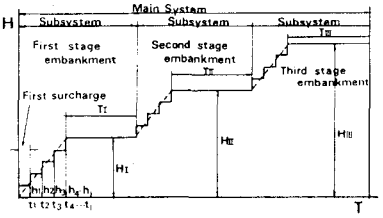

図 1　盛土の多段載荷工法

2. 信頼性解析；　いま，J段階盛土に注目し，J段階載荷時および J段階圧密放置期間の安全性を図2のフローチャートに沿って検討してみる。J段階盛土が施工されることは，それ以前の(J−1)段階盛土施工まで順調に進んでいたことであり，この時の破壊の可能性は盛土載荷時と圧密放置期間中に生ずる。さて，J段階載荷開始前の地盤状態（非排水せん断強度Cuの分布パラメータ）θの確率密度分布を次式で表わす。

$$f_{RJ}(\theta \mid H^{J-1}, T^{J-1}) \quad , \text{ここに} \quad \begin{aligned} H^{J-1} &= (H_I, H_{II}, \cdots, H_{J-1}) \\ T^{J-1} &= (T_I, T_{II}, \cdots, T_{J-1}) \end{aligned} \qquad (1)$$

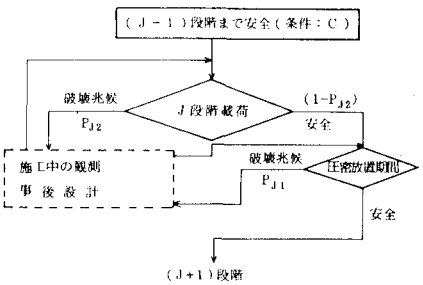

図 2　多段載荷工法の安全性に関するフローチャート

一方，圧密に関するCuの変動特性は実測値より次式になることが確められている。

$$\left.\begin{aligned} (Cu_2)_m &= t(z)\,(Cu_1)_m \\ V[Cu_2] &= t^2(z)\,V[Cu_1] \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

ここに，$(Cu_1)_m$，$(Cu_2)_m$は地盤内での圧密前後のCuに関する母平均であり，V[ ]は分散である。$t(z)$は深さzに関する変動の度合を示すものであり，浅岡は実績に基づき次式を提案した。

$$t(z) = 1 + \frac{q \cdot U(z, t)}{(p_0)_{m|z}} \qquad (3)$$

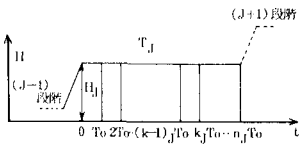

図 3　J段階圧密放置期間

q，$(p_0)_{m|z}$は各々圧密荷重，深さzにおける地盤の平均有効応力であり，$U(z, t)$は時間t，深さzにおける圧密度を示す。

最初に，J段階盛土の圧密放置期間中の安全性を検討しよう。図3のように圧密放置期間を区間Toで細分化すれば，$t_J = 0 \sim (k_J - 1)T_o$の間で盛土が破壊しない確率$L(k_J - 1)$は次式で示される。

$$L(k_J - 1) = \prod_{i=1}^{k_J - 1} \int_\theta \left\{ 1 - F(iT_o \mid \theta) \right\} \cdot f_{RJ}(\theta \mid H^J, T^{J-1}, iT_o)\, d\theta \qquad (4)$$

ここに，$F(iT_o \mid \theta)$は圧密時間iT_oで盛土が破壊する確率，$f_{RJ}(\theta \mid H^J, T^{J-1}, iT_o)$は(J−1)段階盛土までの圧密放置を経て（これを条件Cとする），J段階盛土が載荷され，その後J段階圧密放置時間iT_oにおけるθの確率密度関数である。そして，その次の$t_J = k_J T_o$で破壊する確率$P_{J1}(k_J T_o \mid C)$は次式のようである。

$$P_{J1}(k_J T_o \mid C) = L(k_J - 1) \int_\theta F(k_J T_o \mid \theta) \cdot f_{RJ}(\theta \mid H^J, T^{J-1}, k_J T_o)\, d\theta \ , \ k_J \geq 1 \ , \ L(0) = 1.0 \qquad (5)$$

他方，J段階盛土載荷中の破壊確率$P_{J2}(H_J \mid C)$は次式で示され，

$$P_{J2}(H_J \mid C) = \int_\theta F(t_J = 0 \mid \theta)\, f_{RJ}(\theta \mid H^{J-1}, T^{J-1})\, d\theta \qquad (6)$$

ここに，$F(t_J = 0 \mid \theta)$はJ段階載荷時（盛土高H_J）の破壊確率である。結局，J段階盛土の載荷時から圧密放置

期間 $k_J = k_J T_0$ までの破壊確率 $P_{FJ}(H_J, k_J T_0 | C)$ は次式のようになる。

$$P_{FJ}(H_J, k_J T_0 | C) = P_{J1}(k_J T_0 | C)\{1 - P_{J2}(H_J | C)\} + P_{J2}(H_J | C) \qquad (7)$$

以上のように考えれば，J段階盛土（圧密放置期間 $k_J T_0$）までの系全体の破壊確率 P_J は次式となり，

$$P_J = P_{FJ}(H_J, k_J T_0 | C) \cdot \prod_{m=1}^{J-1} \left[1 - \{ P_{m1}(n_m T_0)(1 - P_{m2}(H_m)) \} + P_{m2}(H_m) \right] \qquad (8)$$

ここで，$n_m T_0$ はm段階盛土の圧密放置期間を示している。そこで，いま，盛土がN段階載荷方式で実施されるとすれば，盛土の信頼度は，

$$\prod_{J=1}^{N} (1 - P_J) = 1 - p(H^N, T^N) \qquad (9)$$

すなわち，N段階盛土施工の破壊確率 $p(H^N, T^N)$ を定めることは $P_J (J=1,2,\cdots N)$ を決めることに帰着する。

周知のように，最適解を決定するためには評価基準を必要とする。そこで，評価基準は経済的側面に重点を置き，期待総費用 C_T を初期建設費 C_C，破壊損失費 C_F として次式のように表わす。

$$C_T = C_C + P(H^N, T^N) C_F \qquad (10)$$

こうすれば，最適解は $C_T \to \min$ で決定できるが，いま，盛土高 $H_T (= \sum_i H_i)$，施工期間 $T_T (\doteqdot \sum_m n_m T_0)$ が上位計画から決まっていれば，多段載荷工法を採用する限り C_C，C_F はほぼ一定と考えてよかろう。したがって，最適解 (H^{N*}, T^{N*}) は，

$$(H^{N*}, T^{N*}) = \min_A p(H^N, T^N) \qquad (11)$$

すなわち，設計空間A (H^N, T^N) 中のあらゆる組合せに対して，$p(H^N, T^N)$ を最小にする解の系列が最適となる。

3. 数値計算例；多段載荷工法のモデルケースとして上位計画から以下の事項が決定されていたとしよう。まず，深さ6mの鋭敏粘性土地盤上に高さ10mの盛土を6ヵ月以内に3段階施工以下で建設するものとする。この鋭敏粘性土地盤のCuは，深さ方向に平均値μも分散σ²も一定とする分布モデルを設定した。そして，各現場に対応できるよう，$\mu = 0.1, 0.15, 0.2, 0.3$ (kgf/cm²)，変動係数 $(\sigma/\mu) = 0.2, 0.3$ の各々の地盤を想定した。次に，式(9)中の H^N, T^N に関する設計空間Aは表1のように与えられた。なお，圧密度の算定には圧密係数 C_v の平均値は 1.5×10^{-3} cm²/sec が採用された。以上の条件に沿って数値計算を行なった結果が表2にまとめてある。表中，$(\mu/a)_I$, $(\mu/a)_{II}$ はI段階，II段階盛土載荷時の安全率を示し，pは式(9)で定義された盛土施工全体を通じての破壊確率である。表2よりいくつかの興味ある結果が示されているが，その具体的内容，検討結果および信頼性解析法の妥当性に関する詳細は発表の当日に述べる。

表 1　設 計 空 間

H^N　　$H = 10$ m

N=2	H_I (m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	H_{II} (m)	$(H - H_I)$								
N=3	H_I (m)	1~8	1~7	1~6	1~5	1~4	1~3	1~2	1	
	H_{II} (m)	1	2	3	4	5	6	7	8	
	H_{III} (m)	$\{H - (H_I + H_{II})\}$								

k^N　　$T_T = 6$ month

N=2	T_I (month)	0.1 T_T	0.2 T_T	0.3 T_T	0.4 T_T	0.5 T_T	0.6 T_T	0.7 T_T	0.8 T_T	0.9 T_T
	T_{II} (month)	$(T_T - T_I)$								
N=3	T_I (month)	(0.1~0.8) T_T	(0.1~0.7) T_T	(0.1~0.6) T_T	(0.1~0.5) T_T	(0.1~0.4) T_T	(0.1~0.3) T_T	(0.1~0.2) T_T	0.1 T_T	
	T_{II} (month)	0.1 T_T	0.2 T_T	0.3 T_T	0.4 T_T	0.5 T_T	0.6 T_T	0.7 T_T	0.8 T_T	
	T_{III} (month)	$\{T_T - (T_I + T_{II})\}$								

$(T_0 = 0.1\, T_T)$

表 2　事前設計の最適解

N	μ (kgf/cm²)	(σ/μ)	H_I^* (m)	$(\mu/a)_I$	T_I^*	H_{II} (m)	$(\mu/a)_{II}$	T_{II}^*	H_{III}^* (m)	$(\mu/a)_{III}$	T_{III}^*	p(%)
2	1.0	0.2	−	0.47>	−	−	0.53>	−				100
		0.3	−	0.47>	−	−	0.53>	−				100
	1.5	0.2	5	1.03	0.9 T_T	10	1.06	0.1 T_T				42.9
		0.3	5	1.03	0.9 T_T	10	1.06	0.1 T_T				62.4
	2.0	0.2	5	1.38	0.8 T_T	10	1.29	0.2 T_T				0.2
		0.3	5	1.38	0.8 T_T	10	1.29	0.2 T_T				1.16
	3.0	0.2	8>	1.29<	−	10	−	−				0
		0.3	8>	1.29<	−	10	−	−				0
3	1.0	0.2	3	<1.15	0.4 T_T	6	<0.90	0.4 T_T	10	<0.86	0.2 T_T	99.4
		0.3	−	<1.15	−	−	<0.90	−	−	<0.86	−	100
	1.5	0.2	3	1.72	0.4 T_T	6	1.15	0.5 T_T	10	1.19	0.1 T_T	3.5
		0.3	3	1.72	0.4 T_T	6	1.15	0.5 T_T	10	1.19	0.1 T_T	11.8
	2.0	0.2	4	1.73	0.4 T_T	7	1.50	0.4 T_T	10	1.59	0.2 T_T	0
		0.3	4	1.73	0.4 T_T	7	1.50	0.4 T_T	10	1.59	0.2 T_T	0
	3.0	0.2	8>	1.29<	−	−	−	−	10	−	−	0
		0.3	8>	1.29	−	−	−	−	10	−	−	0

(注) <；以上，>；以下，−；設計空間中のいずれの代替案でも適合する。