

京都大学工学部 正員 田村 武

1. はじめに

軟弱地盤に対するサンドレーンの設計には、従来より Barron の方法がよく用いられる。これは、中空円筒領域の圧密を扱ったもので、それによれば簡便な図表より圧密度の進展を推定することができる。しかし、仮定として粘土構造骨格の応力-ひずみ関係は等方弾性としてあり、異方性の顕著な地盤に対するその効用は未知である。本報告は、最も簡単な異方性である横等方性 (transversally isotropic) の応力-ひずみ関係を用いた場合の等ひずみ条件下での圧密問題を解析的に扱ったものであるが、その目的は異方性地盤におけるサンドレーンの設計への応用にある。

2. 圧密の方程式

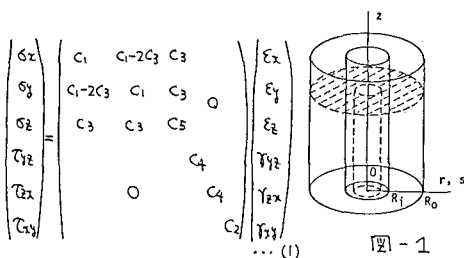
図-1 のような中空円筒領域を考える。外径を R_0 、内径を R_i とし、その比を $\eta = R_0/R_i$ とする。 z -方向を成層面の法線と一致させると、(1) のような応力-ひずみ関係があるとする。ただし、等方性の場合には Lamé 定数 λ, μ により $c_1 = c_5 = \lambda + 2\mu$, $c_2 = c_4 = \mu$, $c_3 = \lambda$ と表わされる。以下で、 k, γ_w を透水係数、向げき水の単位体積重量とする。

一般に、(過剰) 向げき水圧 $u(r, t)$ を支配する方程式は (2) の形をしている。ここで積分核 $\mathcal{H}(r, s)$ は、与えられた (齊次) 境界条件のもとで $u = \delta(r, s)$ なる向げき水圧があるときに生じる体積ひずみを意味している。いま、外周面での水平変位 $u_r(r=R_0)$ および内周面での応力 $T_r(r=R_i)$ を零とするような境界条件のもとで $\mathcal{H}(r, s)$ は (3) となる。

ここで c は無次元の定数であるが、(4) として表わされる。ただし、Poisson 比 ν をすべて $\frac{1}{2}$ としている。 $\beta = c^2/k$ は鉛直および水平方向の剛性の比で、 $\beta = 1$ のとき等方である。(3) を (2) に代入し、 $kct/\gamma_w R_0^2$ を時間係数として改めても書くと (5) を得る。これが解くべき方程式であるが、注意すべきは、異方性の影響は単にパラメータ c の中に入っているだけで、方程式の形は不変であることである。

3. 解の誘導

(5) に $u(r, t) = u(r) e^{-\eta^2 t}$ を代入して (6) を得るが、内周面のみで排水させるときの解は (7) のようななる。ここで未知数 η を決定する方程式は (8) である。これは無限個の解をもつが、それらの小さいものから順に $0 < \eta_1 < \eta_2 < \dots < \eta_n < \dots$ とし、それらに対応する解 (7) を $u_1(r), u_2(r), \dots, u_n(r), \dots$ とする。



$$\int_{R_i}^{R_0} \mathcal{H}(r, s) \frac{\partial u(s, t)}{\partial t} ds = -\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 u(r, t) \quad (2)$$

$$\mathcal{H}(r, s) = -\frac{1}{c_1} \delta(r, s) - \frac{c}{c_1} \frac{s}{R_0^2} \quad (3)$$

$$c = \frac{2n^2 \{1 - (\beta - 1)(n^2 - 1)\}}{(n^2 - 1) \{ \beta(n^2 + 3) - 1 \}} \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(r, t) + c \int_{\eta}^1 \frac{\partial u}{\partial t}(s, t) s ds = \nabla^2 u(r, t) \quad (5)$$

$$\frac{d^2 u(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du(r)}{dr} + \eta^2 \left\{ u(r) + c \int_{\eta}^1 u(s) s ds \right\} = 0 \quad (6)$$

$$u(r) = J_0(\eta r) - \frac{J_1(\eta)}{Y_1(\eta)} Y_0(\eta r) + \frac{2cn}{2n^2 + c(n^2 - 1)} \frac{1}{\eta} \left\{ J_1(\eta/\eta) - \frac{J_1(\eta)}{Y_1(\eta)} Y_1(\eta/\eta) \right\} \quad (7)$$

$$\frac{J_1(\eta) Y_0(\eta/\eta) - J_0(\eta/\eta) Y_1(\eta)}{J_1(\eta/\eta) Y_1(\eta) - J_1(\eta) Y_1(\eta/\eta)} = \frac{2cn}{2n^2 + c(n^2 - 1)} \frac{1}{\eta} \quad (8)$$

これら固有関数 u_α, u_β に対し(9)なる内積を導入すると、任意の初期面げき水圧 u_0 に対する解は(10)のようなになる。ただし $\langle u_\alpha, u_\alpha \rangle$, $\langle u_\alpha, u_0 \equiv 1 \rangle$ はそれぞれ(11), (12)として与えられる。

4. 解析結果

固有関数による級数解を計算する場合、(10)の項数 (m) をいくらにするかに注意しなければならない。とくに $t=0$ 近くの挙動を調べる際、これは重要である。図-2には、 $n=5$, $\beta=1$ の場合、 $t=0$ での水圧分布を $m=1, 5, 10, 20, 50$ について示したものである。 m が大きくなると細かな波を打ちながら、初期値に近づくのがわかる。

図-3は、 $m=50$ として $t=0, 0.0001, 0.001, 0.01, 0.1$ および 1.0 のときの水圧分布を示している。 $t=0.0001$ では初期値 $u_0=1$ に十分近いことがわかる。なお、 $t>0.1$ では $m=1$ としても殆ど同じ分布を得る。

図-4は、 $\beta=0.2, 1.0, 5.0$ の場合、 $n=5, 10, 40$ としたときの圧密度-時間係数曲線を表わしている。ただしここでは、Barronの解と比較しやすくするための時間係数を $t'=t/4$ としている。 $\beta \rightarrow \infty$ のとき圧密は速く進行することは明らかであるが、 $\beta=5$ のとき $n=5, 10$ であまり差がないことに注目すべきである。

$$\langle u_\alpha, u_\beta \rangle = \frac{1}{2} \left\{ \int_{1/n}^1 u_\alpha u_\beta r dr + c \int_{1/n}^1 u_\alpha r dr \cdot \int_{1/n}^1 u_\beta r dr \right\} \quad (9)$$

$$u(r, t) = \sum_{\alpha=1}^{m=\infty} \frac{\langle u_\alpha, u_0 \rangle}{\langle u_\alpha, u_\alpha \rangle} u_\alpha(r) e^{-\eta_\alpha^2 t} \quad (10)$$

$$\langle u_\alpha, u_\alpha \rangle = \frac{S}{2\pi n \eta_\alpha} \frac{Y_0(\eta_\alpha/n)}{Y_1^2(\eta_\alpha)} - \frac{S^2}{4n^2} + \frac{M}{2\eta_\alpha^2} \left\{ \frac{S Y_1(\eta_\alpha/n)}{n\pi Y_1^2(\eta_\alpha)} - \frac{(M/n+2)S^2}{2n} \right\} \quad (11)$$

$$\text{ここで } S = J_1(\eta_\alpha/n) - \frac{J_1(\eta_\alpha)}{Y_1(\eta_\alpha)} Y_1(\eta_\alpha/n)$$

$$M = \frac{2ch}{2n^2 + c(n^2 - 1)}$$

$$\langle u_\alpha, 1 \rangle = -\frac{1}{2n\eta_\alpha} \left\{ J_1(\eta_\alpha/n) - \frac{J_1(\eta_\alpha)}{Y_1(\eta_\alpha)} Y_1(\eta_\alpha/n) \right\} \quad (12)$$

参考文献

- 1) 田村 武: 才17 国土工学研究発表会, 1982 (予定), 2) 田村 武: 昭和57年度土木学会関西支部年次学術講演会 (予定)。

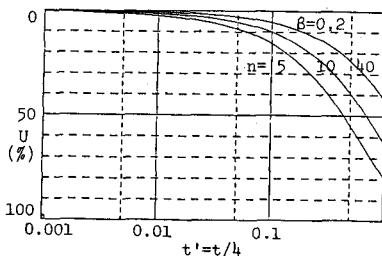
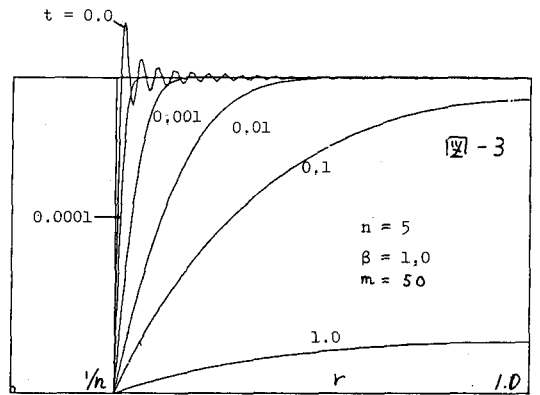
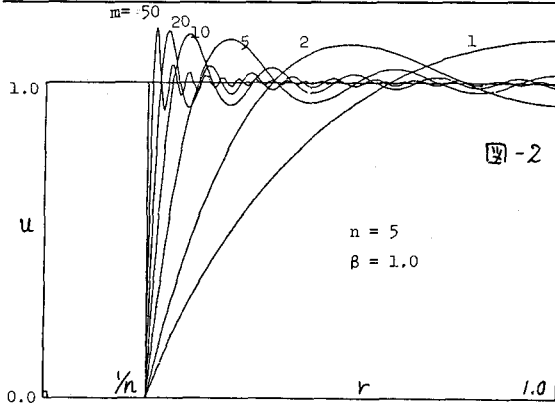
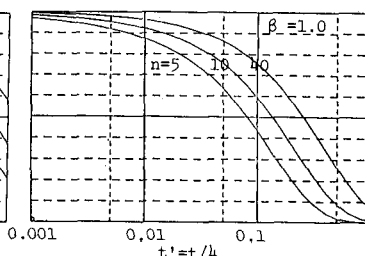
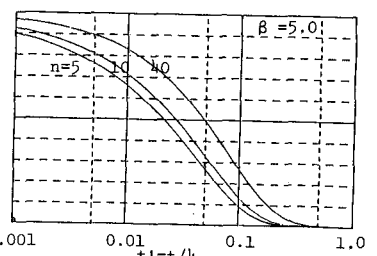


図-4 (a) $\beta = 0.2$



(b) $\beta = 1.0$



(c) $\beta = 5.0$