

京都大学 大学院 学生員 Oプラダン テージ B・S

京都大学防災研究所 正員 佐藤 忠信

同上 正員 柴田 徹

1. まえがき 一般に土質材料はダイレイタンシー特性を有し、その変形特性は応力経路依存性を示す。本論文は一般的応力経路に対する砂質土の変形特性を表現するために、等方ならびに移動硬化の概念を導入した弾塑性モデルを提案したものである。理論解析は非関連流動則を用いた弾塑性理論を基とし、塑性ポテンシャル、降伏関数、硬化関数等を決定した。数値計算例として繰返し載荷履歴を取り上げ、蓄積される残留ひずみか繰返し回数とともに減少するような一般的実験事実を定量的に表現した。また、任意の応力経路を与えた場合の変形特性をも定量的に把握することを可能にした。

2. 構成式の誘導 降伏関数、塑性ポテンシャル関数、硬化関数は以下のように仮定する。

2-1 降伏関数: 降伏曲面は応力空間で図-1(a)に示すような円すい形であると仮定する。図-1(b)は初期および後続降伏曲面の八面体応力面での切り口を示したものである。作用応力点 $S(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ と中心点 $C'(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ を図のようにとり、降伏関数は式(1)のように表わせる。

$$f(\sigma) = \sum_{i=1}^3 \sigma_i^2 - (1 + \phi^2) \sum_{i=1}^3 \alpha_i^2 = 0 \quad \text{----- (1)}$$

ここで、 ϕ は降伏曲面の大きさを表わすパラメータで式(1)のように与えられる。

$$\phi = \tan \theta \quad \text{----- (2)}$$

等方硬化は ϕ によって移動硬化は α_i によって表現される。

材料が塑性状態をつづけるための Prager の適合条件は次式で表わされる。

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_i} d\sigma_i + \frac{\partial f}{\partial \alpha_i} d\alpha_i + \frac{\partial f}{\partial \phi} d\phi = 0 \quad \text{----- (3)}$$

2-2 塑性ポテンシャル関数: 塑性ポテンシャル関数 q は図-2に示すような応力-ダイレイタンシー関係と直交性の仮定に基づいて誘導した。ここでは塑性ポテンシャル関数は応力の異方性の影響を受けないものとした。応力-ダイレイタンシー関係と塑性ポテンシャル関数の偏微分形はそれぞれ式(4), (5)で表わした。

$$\eta = M_m + \frac{1}{3} (-d\epsilon_p^p / d\epsilon^p) \quad \text{----- (4)} \quad \partial q / \partial \epsilon = 1, \quad \partial q / \partial \sigma'_m = (M_m - \eta) \quad \text{----- (5)}$$

ここで $\eta = \tau / \sigma'_m$ で σ'_m はそれぞれ八面体せん断応力と有効平均主応力である。また、 M_m は最大圧縮時点での η の値で τ は八面体せん断ひずみである。

2-3 硬化関数: 式(1)における等方硬化関数 ϕ は塑性せん断ひずみ履歴 $(\bar{\epsilon}^p)$ の関数であるとし、次式のように表わせる。¹⁾

$$d\phi / d\bar{\epsilon}^p = \xi(\bar{\epsilon}^p) = \phi_m^2 \xi_0 / (\phi_m + \xi_0 \cdot \bar{\epsilon}^p)^2 \quad \text{----- (6)}$$

ここで ϕ_m は最大弾性領域の値で ξ_0 はせん断初期における ξ の値である。また移動硬化関数 α_i はせん断ひずみ成分履歴 $\bar{\epsilon}_i$ の関数であるとし、次式で表わす。

$$d\alpha_i = \gamma(\bar{\epsilon}^p) d\bar{\epsilon}_i \quad i=1, 2, 3 \quad \text{----- (7)} \quad d\bar{\epsilon}^p = \int d\epsilon^p \quad \text{----- (7')}$$

ここで γ は移動硬化パラメータである。

塑性ひずみ増分を与える Hill の式を用いると、式(6)が得られる。

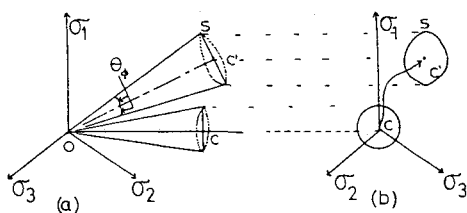


図-1 降伏曲面

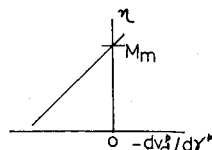


図-2

応力-ダイレイタンシー関係

$$M_f = 0.80, M_m = 0.53, \xi_0 = 50.0 \\ G_0 = 180, \phi_m = 0.16$$

表-1

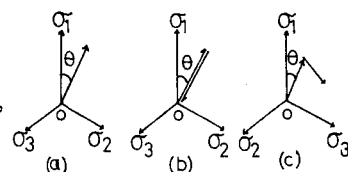


図-3 応力経路

$$d\gamma^p = \frac{2}{3} h_s \frac{d\sigma}{\sigma} df_s \quad \text{-----} \quad (8)$$

ここで h_s は硬化関数であり、 df_s は次式で与えられる。

$$df_s = \frac{d\sigma}{\sigma} d\sigma_i = 2 \sum \sigma_i d\sigma_i \quad \text{-----} \quad (9)$$

また式(5)を用いて式(7)を整理すると次式が得られる。

$$d\alpha_i = \frac{1}{2} C_i d\gamma^p \quad \text{-----} \quad (10) \quad C_i = \frac{1}{2} \{ (\sigma_i - \sigma_m) / \tau + M_m - \eta \} \quad \text{---} \quad (11)$$

式(6)~(11)を式(3)に代入し、整理すると h_s は式(12)のようになる。

$$h_s = 3/4 \{ (1 + \phi) \sum C_i d\sigma_i + \phi \sum \alpha_i^2 \} \quad \text{-----} \quad (12)$$

移動硬化パラメータ η を決定するため $\eta \sim \gamma^p$ 関係を双曲線で近似した。

$$\eta - \eta_0 = (M_f' \cdot G' \cdot \gamma^p) / (M_f' + G' \cdot \gamma^p) \quad \text{-----} \quad (13)$$

$M_f' = (M_f - \eta_0) / \sqrt{1 + \theta}$, $\eta_0' = \eta_0 / \sqrt{1 + \theta}$, $G' = G_0 / \sqrt{1 + \theta}$, $\theta = \tan^2(\sigma_2 - \sigma_3) / \{ (\sigma_1 - \sigma_2) + (\sigma_1 - \sigma_3) \}$ 。
ここに M_f , G_0 , η_0 はそれぞれ通常の軸対称三軸試験における破壊時の応力比、初期せん断定数、塑性変形が生じる時点での応力比である。(θ : rad.)
式(13)を微分し、(8),(9)を代入すると次式が得られる。

$$h_s = \frac{3}{4} d\eta / (H \sum \sigma_i d\sigma_i) \quad \text{---} \quad (14) \quad H = G' \{ (M_f - \eta) / (M_f - \eta_0) \}^2 \quad \text{---} \quad (15)$$

3. 数値計算例 計算に用いた材料定数は表-1に示す。ここでは八面体応力面上に図-3に示すような3種の応力経路を与え、それらに対する応力-ひずみ-ダイレイタンスー関係を示す。いずれの場合においても σ_m は 1.0 kg/cm^2 とした。まず応力経路(a)に対する応力-ひずみ関係を図4(a)に示し、応力比(σ_3)~ダイレイタンスー関係を図4(b)に示す。応力経路(b)に関しては紙面の都合上 $\theta = 30^\circ$ についてのみの計算結果を図5に示す。図(a)は $\tau \sim \gamma^p$ 関係で図(b)はダイレイタンスー特性を示す。繰返し載荷に

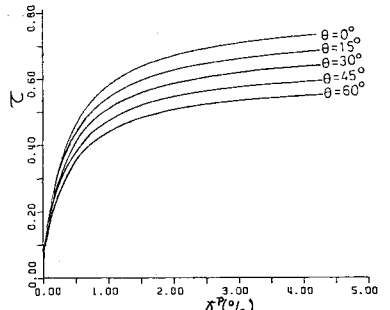


図-4(a) $\tau \sim \gamma^p$ 関係

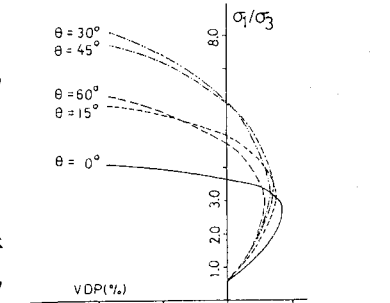


図-4(b) $\sigma_1/\sigma_3 \sim \gamma^p$ 関係

図-5(a) $\tau \sim \gamma^p$ 関係

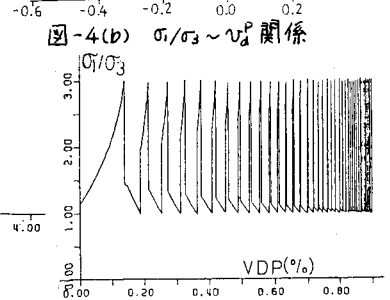


図-5(b) $\sigma_1/\sigma_3 \sim \gamma^p$ 関係

しては載荷回数が増加するに従って弾性領域が拡大し残留ひずみ増分が減少し最終的にはひずみが停止する現象がはっきりと現れている。応力経路(c)に関しての計算結果は図6に示す。図(a)はまず oct 面上で応力点が $\theta = 30^\circ$ の経路に沿ってある応力レベルまで到達した後経路(i)または(ii)をとる。経路(i)は現在の

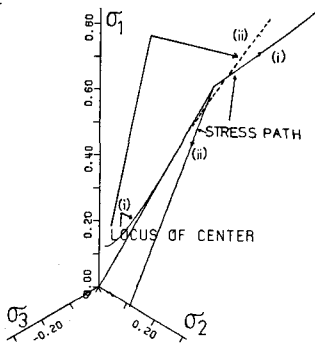


図-6(a) 応力経路

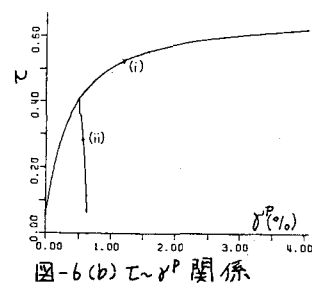


図-6(b) $\tau \sim \gamma^p$ 関係

図-6(c) $\sigma_1/\sigma_3 \sim \gamma^p$ 関係

降伏曲面を切断しないため弾性領域は存在しないが経路(ii)においては弾性領域が現れる。なお、この時の中心点 G' の軌跡を図に示した。それぞれ応力経路における $\tau \sim \gamma^p$ 関係と応力比(σ_3)~ダイレイタンスー関係を図(b)、図(c)に示す。

以上、本モデルは従来の実験事実を定性的に表現していると思われる。今後各種応力経路における実験結果と照し合せ本モデルの適用範囲を拡大する。

参考文献 1) T. Sato, T. Shibata, R. Ito ; Dynamic Behaviour of Sandy Soil and Liquefaction
INT. CONF. ON RECENT ADV. IN GEO. EARTH ENG. AND SOIL DYNAMICS