

東京都工本技術研究所 正会員 小川 好

1. はじめに

土の弾塑性的性質は土の動的特性の中でも重要な性質の一つである。このことから、弾塑性的性質についての実用上の研究は、従来から数多く行なわれている。しかし、その理論的な側面について行なわれた研究の数は、それほど多くない現状にある。この結果土の弾塑性的性質を顕著するひずみ領域での、ひずみエネルギーおよび損失係数については、定義そのものについても、必ずしも定説化したものがあるわけではないようである。この原因の一つとして考えられるのは、粘弾性的性質についてのMaxwellやVoigtモデルのような、弾塑性的性質を説明する力学的モデルが、あまり重要視されていない事にあると思われる。この小論では、弾塑性的性質を説明する力学的モデルの提案と、このモデルから導かれるひずみエネルギーおよびエネルギー損失の定式化を試みる。

2. モデルの概要

力学的モデルとしては、図1に示すような、バネによって直列につながれたマスによって表わされる。マスの底面と土との間には摩擦係数 α の摩擦が働く。バネの先端に F の力が作用したとき α バネの伸びとマスの移動量を示すと、図2のようになる。力 F を応力 σ 、 $(\epsilon_1 + \epsilon_2)$ をひずみ ϵ とすると、このモデルの運動は弾塑性体の応力-ひずみ関係を表現することができる。 F が $\alpha(m_1 + m_2)$ より大きな場合、応力-ひずみ関係は完全な塑性変形となる。このモデルは、基本的にはIwanのモデル¹⁾と等価なものであり、バネおよびマスの係数を交換することにより全く同一の応力-ひずみ関係を表現することができる。また、このようなマスとバネを直列につないだモデルは、図2からも読みとれるように、Masingの仮定を常に満足する。以下に、いくつかの応力-ひずみ関係モデルについて、ひずみエネルギーとエネルギー損失の定式化を行なう。

1) バイリニア・モデル：これは、図1のモデルでマス m_2 が移動せずにループを描いた場合(図2)に相当する。エネルギー損失を摩擦によって失われるエネルギーとすると、ひずみ $\epsilon=0$ から最大までの間に失われるエネルギーは図3のように、 $\alpha m_1 \epsilon_2$ となる。1回のくり返し応力によって失われるエネルギーはこの値の4倍となることから、1周期 α 間の損失エネルギーはヒステリシス・ループの面積と同一となる。

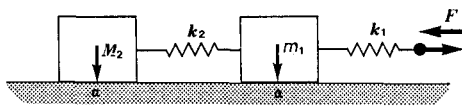


図-1 モデル

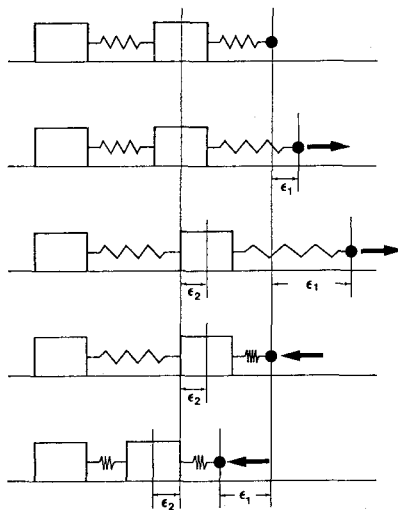


図-2 モデルの周期運動(バイリニア)

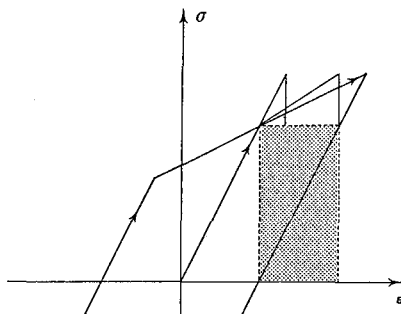


図-3 エネルギー損失(バイリニア)

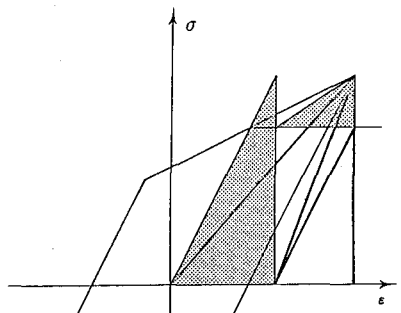


図-4 ひずみエネルギー(バイリニア)

ひずみエネルギーをバネに貯えられる弾性エネルギーと考えると、この値は図4に見られるように、骨格曲線および割線によって与えられるエネルギーより小さい。除荷時に解放されるエネルギーよりも大きくなっている。この値は幾何学的な性質から、割線から求められるエネルギーから、ひずみが0から最大となるまでに失われるエネルギーの半分を差し引いたものに常に一致する。この結果、損失係数 η は、割線の作る三角形の面積を S_1 、ヒステレシス・ループの面積を S_2 とすると、

$$\eta = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{S_2}{(S_1 - S_2/2)} \quad \dots(1)$$

によって与えられる。

2) バイリニアモデルの拡張:

図5に3つのマスから成るモデルの、1周期の運動の様子を示す。この場合も、バイリニアモデルと同様に、エネルギー損失はヒステレシス・ループの面積と同一になり(図6)、ひずみエネルギーも割線の作る三角形の面積からヒステレシス・ループの面積の $1/8$ を差し引いた値となる(図7)。この結果、3つのマスのモデルについても、(1)式が成立する。

より複雑な応力-ひずみ関係を表現するための、多数のマスおよびバネから成るモデルを考える場合、マスをバネで直列に

つないだモデルでは常にMasingの仮定を満足することから、骨格曲線のみ規定すればよいことになる。図8に示すような骨格曲線をモデルに置き換えるには、曲線上の2点 $n-1$ と n について、応力の増分 σ_n とモデルの n 番目のマスの摩擦力 Q_n を等しくおき、モデルの1番目から n 番目までのバネに力 Q_n がかかったときこのバネの伸びの総和がひずみの増分 ϵ_n と等しくなるように、バネ定数 k_n を選ばなければならない。

謝辞 この研究を進めるにあたり終始討論していただいた、土木技術研究所 阿部 博氏に感謝いたします。

参考文献

W.D.Iwan (1966); A Distributed-Element Model for Hysteresis and Its Steady-State Dynamic Response, J.Appl.Mech., 1966, Dec., pp.893-900

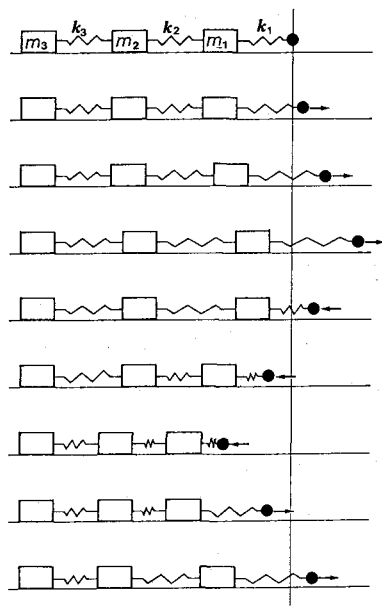


図-5 モデル1周期の運動(3・マス)

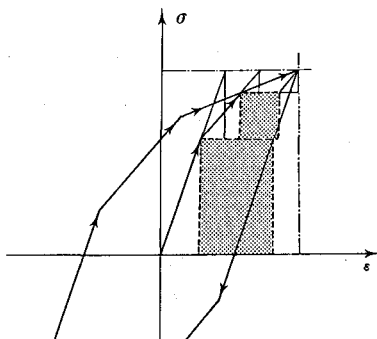


図-6 エネルギー損失(3・マス)

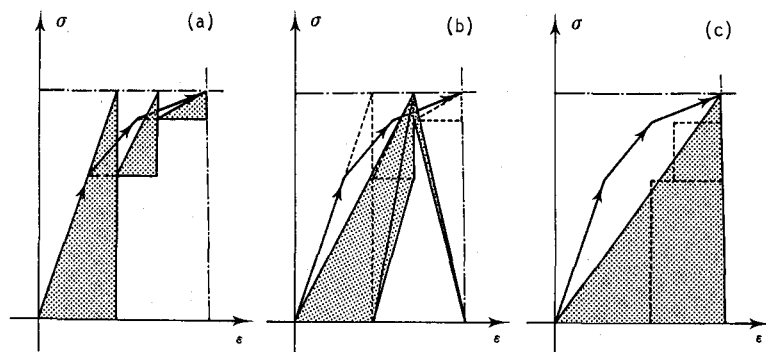


図-7 ひずみエネルギー(3・マス)

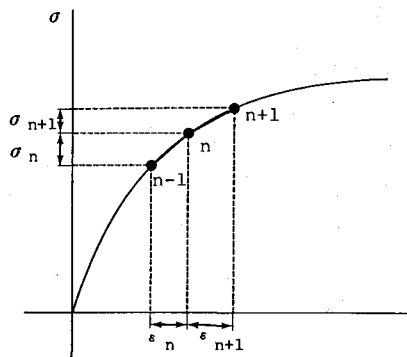


図-8 複雑な骨格曲線のモデル化