

よえがき

道路を走行する交通荷重により発生する地盤振動に関する研究は主に実験的な面から追求されており、理論的な研究は少ない。本研究は、剛な基盤と有する水平弾性多層地盤の表面を水平直線方向に鉛直荷重が走行する場合の地盤振動の状態をFEMにより解析したものである。このような解析はこれまでに行われていない。

地盤に対する仮定

地盤は図.1 に示すごとく剛基盤と有する水平弾性多層地盤とした。FEM解析では、載荷点の両側の地盤を薄層半無限要素に分割し(図.2) 水平無限遠への波動の透散を考慮した。地盤の土性が非線形を示す場合には、等価線形化手法により扱うことができる。

走行荷重に対する仮定

走行荷重は鉛直集中荷重とし、一定の間隔 L 、及び定速度 v を保ちながら地表面と一直線上に走行すると仮定した(図.1)。走路面は十分滑らかであるとし、一定の大きさ P_0 を保ちながら走行するものとした。いま荷重は z 軸に沿って走行するとし、ある一つの荷重が時刻 t で $z = vt$ の位置にあるとすると、 z 軸方向単位長さあたりの鉛直荷重 $p(t, z)$ は次のように表わされる。

$$p(t, z) = P_0 \delta(vt - z) \quad ; \text{ただし, } vt - \frac{L}{2} < z < vt + \frac{L}{2}$$

(式.1) ここで、 P_0 は荷重の大きさ、 $\delta(\cdot)$ はDiracのデルタ関数である。

上式をFourier級数により表わすと

$$p(t, z) = \frac{P_0}{L} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{i(\omega_n t - k_n z)} \quad (\text{式.2})$$

ここで、 $k_n = 2n\pi/L$ 、 $\omega_n = k_n v$ である。

解析の方法

以下において、荷重は(式.2)を構成する一つの調和波形 $e^{i(\omega_n t - k_n z)}$ のみを想定して解析する。

——薄層半無限要素領域内を伝播する波動の一般解——

薄層要素領域内の j 要素の変位ベクトル u は次式で表わされる(図.2)。

$$u = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{y}{b_j} & 1 - \frac{y}{b_j} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_j \\ u_{j+1} \end{pmatrix} \quad (\text{式.3})$$

ここで u_j 、 u_{j+1} は j 要素の上、下面での変位ベクトルであり、(式.4)の如く表わされる。

$$u_j = \sum_{s=1}^{3n} \alpha_s u_{sj} e^{-i\lambda_s x} \cdot e^{i(\omega_n t - k_n z)}, \quad u_{j+1} = \sum_{s=1}^{3n} \alpha_s u_{s,j+1} e^{-i\lambda_s x} \cdot e^{i(\omega_n t - k_n z)} \quad (\text{式.4})$$

ここで、 $u_j = {}^t(u_j \ v_j \ w_j)$ 、 $u_{j+1} = {}^t(u_{j+1} \ v_{j+1} \ w_{j+1})$ である。また、 λ_s ($s=1, \dots, 3n$)は固有値、 u_{sj} 、 $u_{s,j+1}$ は固有変位ベクトルであり、 α_s は各固有ベクトルの成分の割合を示す定数である。

固有値 λ 、固有列ベクトル u は次の固有方程式より求まる。

$$\{ \lambda^2 [A^*] + \lambda [B^*] + [C^*] + [D^*] + [E^*] - \omega^2 [M^*] \} u = 0 \quad (\text{式.5})$$

ここで $[A^*] \sim [M^*]$ は $3n \times 3n$ 行列であり、 $[M^*]$ は質量マトリクスである。 0 はゼロベクトルである。

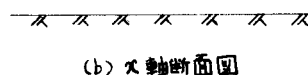
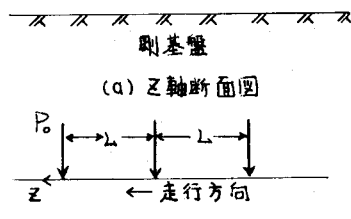
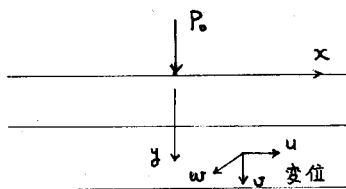


図.1 地盤と走行荷重のモデル



図.2. 薄層半無限要素

(式5)はLysmerの方法(文献1,2)を拡張して著者が独自に導出した式である。

薄層要素領域の $x=0$ 面上での等価節点力

オJ層について考える。変位の一般解は(式3)の如く表わされるから、これを微分することによって、オJ層内の応力が計算できる。さらに $x=0$ とあければ $x=0$ 面上での応力が求まる。 $x=0$ 面上での等価節点力は、面上で節点力がなす仮想仕事と、応力がなす仮想仕事とが等しくなるようにした次式から決める。

$$\int_{\text{area}} \mathbf{P} \delta \mathbf{U}_b = \int_{\text{area}} \mathbf{t}_b \delta \mathbf{U}_b dA \quad (\text{式6})$$

ここで、 $\mathbf{P}$ は $x=0$ 面上単位長さ(ズ方向)あたりの節点カベクトル、 $\delta \mathbf{U}_b$ は $x=0$ 面での節点変位ベクトルの変分、 $\mathbf{t}_b$ は $x=0$ 面上の応カベクトル、 $\delta \mathbf{U}_b$ は $x=0$ 面上の変位ベクトルの変分であり、いずれも $3n$ の項数をもつ列ベクトルである。(式6)より列ベクトル $\mathbf{P}$ は次のように表わせる。

$$\mathbf{P} = ([\mathbf{A}][\mathbf{V}][\mathbf{\Lambda}] + [\mathbf{B}][\mathbf{V}])\{\alpha\} \quad (\text{式7})$$

ここで、 $[\mathbf{A}]$ 、 $[\mathbf{B}]$ は各薄層要素の弾性定数及び層厚によって表わされる $3n \times 3n$ の複素マトリクスであり、 $[\mathbf{V}]$ は固有変位ベクトルから成る固有変位マトリクスである。また、 $\{\alpha\} = {}^t(\alpha_1 \dots \alpha_{3n})$ である。ところで、(式4)より $x=0$ のとき、 $\{\alpha\} = [\mathbf{V}]^{-1}\{\mathbf{U}\}_b$ が得られる。ただし、 $\{\mathbf{U}\}_b$ は $x=0$ 面上の節点変位ベクトルである。これを(式7)に代入すると次式が得られる。

$$\mathbf{P} = ([\mathbf{A}][\mathbf{V}][\mathbf{\Lambda}][\mathbf{V}]^{-1} + [\mathbf{B}])\{\mathbf{U}\}_b \quad (\text{式8})$$

作用している荷重は、 $x=0$ 面上のオー節点(地表面上の点)の y 方向成分のみである。故に作用荷重ベクトル $\mathbf{P}$ のオー節点(地表面上の点)の y 方向成分は $\frac{1}{2}$ である(対称性より)。また $\mathbf{P}$ の x 方向成分は未知数である。これら以外の $\mathbf{P}$ の成分はすべてゼロである。 $\{\mathbf{U}\}_b$ の x 方向成分はゼロであり、 y 、 z 方向成分はすべて未知数である。従って(式8)は合計 $3n$ 個の未知数をもつ連立方程式であり、これを解くことにより荷重および変位の解を得ることができる。このようにして $\{\mathbf{U}\}_b$ が求まれば、 $\{\alpha\}$ が求まり、これを(式4)に代入すれば、任意の点での変位が得られる。最終的には、このようにして得られた変位を(式2)にもとづいて重ね合わせればよい。

計算例

計算は図3に示すようなケースについて行なった。

計算結果などは講演会当日に発表する。

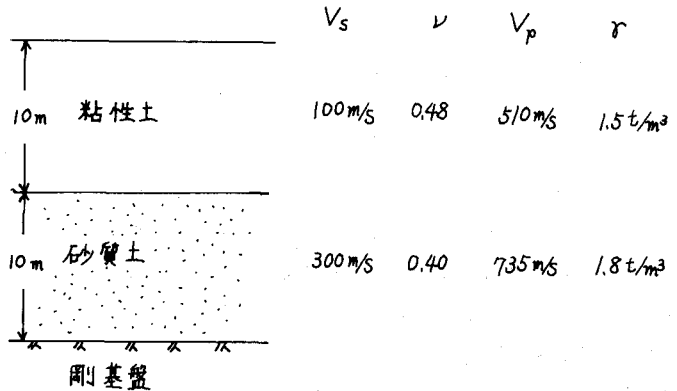


図3 計算例のための地盤モデル

(文献) Lysmer, Waas 「Shear Waves in Plane Infinite Structures」ASCE, EM1, 1972; Hwang, Lysmer 「Response of Buried Structures to Traveling Waves」ASCE, GT2, 1981.