

福山大学工学部 正員 ○梅田 真三郎
神戸大学工学部 正員 篁 源 亮

1. まえがき 本研究では、円柱による波の回折に関して波長と円柱径の大きさが同程度の場合の二本の大口径円柱による波の回折問題に、線型の回折理論を適用して導いた理論解を基にして三本以上の理論式を導く。それより厳密に級数解を求め、円柱による波の相互干渉を明確にする。

2. 理論式と計算例 円柱が水底まで達している場合の複数本の円柱への入、反射波をポテンシャル理論で考える。二本の円柱の場合を基準として各円柱への入、反射波を順次考え、境界条件を適用してポテンシャル解を導く。そのときに直接偏微分を行なうに際して大口径円柱であるために円柱間隔が大きいということから近似を導入する。得られた解を理論近似級数解と名づける。この解を基にして三本以上の理論式を導く。

今、円柱の個数を M とし、 M が奇数の場合を考える。図-1のような座標系をとり、座標原点の円柱を Γ_0 とし、 y の正の方向に Γ_{-1} 、 Γ_{-2} の円柱が、 y の負の方向に Γ_1 、 Γ_2 、---の円柱があるとする。どの円柱も円柱半径 z_0 と円柱間隔 p が同じであるとする。従って座標系は x 軸に関して対称である。円柱 Γ_0 を除く y の正の領域にある円柱と負の領域にある円柱の数 Me は、 $(M-1)/2$ 個である。

まず、第1次入、反射波に関しての円柱 Γ_m ($m=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm Me$) でのポテンシャル ψ_m^1 は、次のように表わされる。

$$\psi_m^1 = \phi_0^m + \phi_1^m$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(R_m) e^{in\theta_m} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-i)^n \frac{J_n(Z_0)}{H_n(Z_0)} H_n(R_m) e^{in\theta_m} \quad (1)$$

次に第2次入、反射波以後に関しては、

$$\psi_m^k = \left\{ \sum_{n=-Me}^{Me} \phi_{k-1}^n \right\} - \phi_{k-1}^m + \phi_k^m \quad (k=2, 3, \dots) \quad (2)$$

の一般式で表わされる。

ここで次のような関数 f_n を二本の対象となる円柱位置の関係によって設定する。たとえば円柱 Γ_m より上にある円柱 Γ_{m-1} ($l=1, 2, \dots$) との関係では、図-2にしたがって関数 f_n は次のように表わされる。

$$f_n(R_{um,l}) = F_n(Z_0, R_{p,l}, R_{um,l}, \alpha_m) = \frac{H_n(R_{um,l})}{H_n(Z_0)} \cdot \frac{Z_0 - R_{p,l} \cos \alpha_m}{R_{um,l}} \quad (3)$$

ここで表されている大文字 Z_0 や $R_{p,l}$ などは、図-2の小文字で示される距離 z_0 や $r_{p,l}$ などに波数 k を乗じたものである。また距離と角度などの関係には次のものがある。

$$\left. \begin{aligned} Z_0 \sin \alpha_m &= R_{um} \sin \alpha'_{m-1} \\ \theta'_{m-1} &= \pi/2 - \alpha'_{m-1} \\ R_{um} &= \sqrt{Z_0^2 + R_{p,l}^2 - 2Z_0 R_{p,l} \cos \alpha_m} \\ R_{p,l} &= l \times R_p = l \times k p \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに、 $l=1, 2, \dots$ である。

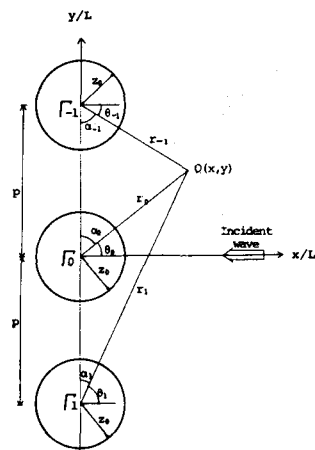


図-1 複数本の円柱の座標系

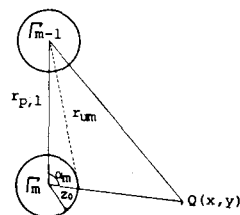


図-2 円柱 Γ_m が円柱 Γ_{m-1} より下にある場合

それに対して、円柱 Γ_m より下にある円柱 Γ_{m+1} との関係では、円柱 Γ_m が円柱 Γ_{m-1} より下にある場合と同様に設定することができ、それに関係する式は上式までの添字 um を dm に、角度 α_m を $\pi - \alpha_m$ に変れば設定することができる。

以上のような関数 f_n と次式で定義した関数 E_n

$$E_n(R_o, R_i) = \frac{J_n(R_o)}{H_n(R_o)} H_n(R_i) \quad (l=1, 2) \quad (5)$$

を用いると、円柱 Γ_m での第2次の反射波のポテンシャルを基本として他の円柱との関係から導かれる関数 f_n を求め、順次高次の入射波のポテンシャルを求めていくと、円柱 Γ_m での一般式 ϕ_{k+1}^m は次のように表わされる。

$$\phi_{k+1}^m = (-1)^k \left\{ \sum_{j=1}^{Mu} E \times [\phi_k^m]_{m \rightarrow m-j} + \sum_{j=1}^{Md} E \times [\phi_k^m]_{m \rightarrow m+j} \right\} \quad (k \geq 2) \quad (6)$$

ここでの $E \times [\phi_2^{m_1}]_{m_1 \rightarrow m_2}$ などで示される式は、二つの円柱への入射、反射における関係式を定義するものである。たとえば $E \times [\phi_2^{m_1}]_{m_1 \rightarrow m_2}$ は、円柱 Γ_{m_1} において定義された第2次の反射波のポテンシャル $\phi_2^{m_1}$ が円柱 Γ_{m_2} に第3次の入射波として関係した場合、 $\phi_2^{m_1}$ の式に円柱 Γ_{m_1} と Γ_{m_2} との関係から導かれる関数 f_n を乗じた形で定義されるもので、次のように表わされる。

$$E \times [\phi_2^{m_1}]_{m_1 \rightarrow m_2} = f_n(R_{um}, m_o) E_n(Z_o, R_{m_1}) \times \left\{ \sum_{j=1}^{Mu} f_n(R_{um}, j) e^{in\theta'_{m_1-j}} + \sum_{j=1}^{Md} f_n(R_{dm}, j) e^{in\theta'_{m_1+j}} \right\} \quad (7)$$

ここに Mu は、円柱 Γ_{m_1} より上にある円柱の個数、 Md は、円柱 Γ_{m_1} より下にある円柱の個数であり、また円柱番号 m_1 と m_2 ($m_1 > m_2$) の関係より、それぞれ次のような関係式で表わされる。

$$Mu + Md + 1 = M \quad m_o = m_1 - m_2 \quad (8)$$

である。

これらの式より順次ポテンシャル ψ_m^k を求めることができ、 M 個の円柱がある場合の速度ポテンシャル ϕ をポテンシャル ψ の重ね合わせとして算定することができる。

以上の複数本の場合の理論近似級数解にしたがって実際に計算を行ってみた。その計算例として二本の場合の結果と比較するために、三本の円柱の場合の計算例を示す。どの円柱径も $Z_o = L/2$ とし、それぞれの円柱間隔を $p = 2.0L$ と同一にとって計算を行ない、回折係数、水面変動および位相波面などを求めたが、今回は水面変動の結果のみを図に示して考察し、その他は発表時に詳しく述べる。

入射波高 η_I に対する水面変動 η との比 η/η_I の実部の変動状況を図-3に示す。水面変動から円柱による波の相互干渉が明らかになっている。円柱にはさまれた領域の水面変動を表わしている $y/L = 0.0$ 上では、二本および三本の円柱の場合の結果が、単一円柱の結果と比べると全域にわたって変動差があり、円柱による波の相互干渉の程度が顕著になっていることがわかる。それに対して円柱の中心 $y/L = 1.0$ 上での水面変動に関しては、三つのケースの差があまり目立たない。これは他の円柱による影響が少なく、むしろその円柱自身による波の変形が卓越していることによるものと想像される。

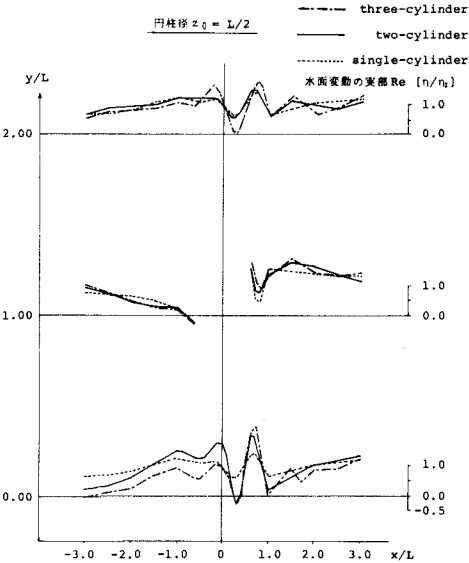


図-3 入射波に対する水面変動
(円柱径 $Z_o = L/2$ の場合)