

1. はじめに. Short waves の計算法の 1 つとして Abbott 等の方法がある¹⁾. 彼らの方法は, 基本方程式として Peregrine の式を採用し, これを陰解法で解くものである. しかし, この方法では計算時間がかかるため, 1 次元伝播の計算はともかく, 2 次元伝播の計算では必ずしも得策とはいえない. また 2 次元への拡張も容易ではない. そこで, 本研究はより簡単な計算法である陽解法でそれ等々を解くことを試みた.

2. 計算方法. 本研究の計算法としては 2 次元への拡張が容易な leap-frog 法を用いることにした. 基本方程式は次式で示される Peregrine の式である.

$$\text{連続の式} : \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} = 0$$

$$\begin{aligned} \text{運動方程式} : \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P^2}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{P\xi}{h} \right) + g h \frac{\partial \eta}{\partial x} &= \frac{1}{2} D h \left[\frac{\partial^3}{\partial x^3} \left(\frac{P}{h} \right) + \frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2} \left(\frac{P\xi}{h} \right) \right] - \frac{1}{6} D h \left[\frac{\partial^3}{\partial x^3} \left(\frac{P}{h} \right) + \frac{\partial^3}{\partial y^3} \left(\frac{\xi}{h} \right) \right] \\ \frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\xi^2}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P\xi}{h} \right) + g h \frac{\partial \eta}{\partial y} &= \frac{1}{2} D h \left[\frac{\partial^3}{\partial y^3} \left(\frac{\xi}{h} \right) + \frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2} \left(\frac{P\xi}{h} \right) \right] - \frac{1}{6} D h \left[\frac{\partial^3}{\partial y^3} \left(\frac{\xi}{h} \right) + \frac{\partial^3}{\partial x^3} \left(\frac{P}{h} \right) \right] \end{aligned} \quad (1)$$

ここで, P , ξ ; 各々 x , y 方向の線流量 ($P = uh$, $\xi = vh$), D ; 静水深, η ; 振幅, h ; 実水深.

ただし, 上式は分散項を第 1 近似である線型長波の式 (たとえば, $\partial u / \partial t = g \partial \eta / \partial x$) で変形してある²⁾. その結果, 差分式として次式を得る.

$$\text{連続の式} : \eta_{i,j}^{n+1} = \eta_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (P_{i,j}^n - P_{i-1,j}^n) - \frac{\Delta t}{\Delta y} (\xi_{i,j}^n - \xi_{i,j-1}^n)$$

$$\begin{aligned} \text{運動方程式} : P_{i,j}^{n+1} &= P_{i,j}^n - \Delta t \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P^2}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{P\xi}{h} \right) \right]_{i,j}^n - g \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{h_{i,j}^n + h_{i-1,j}^n}{2} \left[\eta_{i,j}^{n+1} - \eta_{i-1,j}^{n+1} \right. \\ &\quad - \frac{(D_{i,j} + D_{i-1,j})^2}{24} \left\{ \frac{\eta_{i,j}^{n+1} - 3\eta_{i-1,j}^{n+1} + \eta_{i-2,j}^{n+1}}{\Delta x^2} + \frac{\eta_{i,j}^{n+1} - 2\eta_{i-1,j}^{n+1} + \eta_{i-2,j}^{n+1} - \eta_{i,j-1}^{n+1} + \eta_{i-1,j-1}^{n+1} - \eta_{i-2,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \right\} \\ &\quad + \frac{D_{i,j} + D_{i-1,j}}{8} \left\{ \frac{(D_{i,j} + D_{i-1,j})(\eta_{i,j}^{n+1} - \eta_{i-1,j}^{n+1}) - 2(D_{i,j} + D_{i-1,j})(\eta_{i,j}^{n+1} - \eta_{i-1,j}^{n+1}) + (D_{i,j} + D_{i-1,j})(\eta_{i,j-1}^{n+1} - \eta_{i-1,j-1}^{n+1})}{\Delta x^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(D_{i,j} + D_{i-1,j})(\eta_{i,j}^{n+1} - \eta_{i-1,j}^{n+1}) - (D_{i,j} + D_{i-1,j})(\eta_{i,j}^{n+1} - \eta_{i-1,j}^{n+1}) - (D_{i,j} + D_{i-1,j})(\eta_{i,j-1}^{n+1} - \eta_{i-1,j-1}^{n+1}) + (D_{i,j} + D_{i-1,j})(\eta_{i,j-1}^{n+1} - \eta_{i-1,j-1}^{n+1})}{\Delta y^2} \right\} \Big] \\ \xi_{i,j}^{n+1} &= \xi_{i,j}^n - \Delta t \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\xi^2}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P\xi}{h} \right) \right]_{i,j}^n - g \frac{\Delta t}{\Delta y} \frac{h_{i,j}^n + h_{i,j-1}^n}{2} \left[\eta_{i,j}^{n+1} - \eta_{i,j-1}^{n+1} \right. \\ &\quad - \frac{(D_{i,j} + D_{i,j-1})^2}{24} \left\{ \frac{\eta_{i,j}^{n+1} - 3\eta_{i,j-1}^{n+1} + \eta_{i,j-2}^{n+1}}{\Delta y^2} + \frac{\eta_{i,j}^{n+1} - 2\eta_{i,j-1}^{n+1} + \eta_{i,j-2}^{n+1} + 2\eta_{i-1,j-1}^{n+1} - \eta_{i-2,j-1}^{n+1}}{\Delta x^2} \right\} \\ &\quad + \frac{D_{i,j} + D_{i,j-1}}{8} \left\{ \frac{(D_{i,j} + D_{i,j-1})(\eta_{i,j}^{n+1} - \eta_{i,j-1}^{n+1}) - 2(D_{i,j} + D_{i,j-1})(\eta_{i,j}^{n+1} - \eta_{i,j-1}^{n+1}) + (D_{i,j} + D_{i,j-1})(\eta_{i,j-1}^{n+1} - \eta_{i,j-2}^{n+1})}{\Delta y^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(D_{i,j} + D_{i,j-1})(\eta_{i,j}^{n+1} - \eta_{i,j-1}^{n+1}) - (D_{i,j} + D_{i,j-1})(\eta_{i,j}^{n+1} - \eta_{i,j-1}^{n+1}) - (D_{i,j} + D_{i,j-1})(\eta_{i,j-1}^{n+1} - \eta_{i,j-2}^{n+1}) + (D_{i,j} + D_{i,j-1})(\eta_{i,j-1}^{n+1} - \eta_{i,j-2}^{n+1})}{\Delta x^2} \right\} \Big] \end{aligned} \quad (2)$$

ここで, 添字 n とし, i, j は各々時間と x 方向, y 方向の位置を表わす.

ただし, 添字 n は P , ξ の正・負により後退差分と前進差分を使い分ける. また, 差分間隔は $\Delta x, \Delta y$ および後藤・首藤²⁾ の条件を満足する様に定めた.

3. 境界条件. 計算境界は計算時間内に反射波が到達しない所にとり, そこで近似的に, 1 次元線型長波の式から得られる線流量を与えた. 波向は x 方向としている. また, 側壁, 突堤および離岸堤などの境界条件はそれらの鉛直方向に対する線流量をゼロとして与えた.

4. 計算結果および考察. Fig-1 は 1 次元計算例で Fig-2 に示す地形の各領域における時間波形を示す. 本研究の計算結果の比較として, Abbott 等の論文¹⁾ で述べられている Peissmann の方法³⁾ を取り上げ, その結果を点

線で示した。また図中の一点鎖線は線型長波理論から得られる理論解で式(3)で示されるものである⁴⁾。

$$\left. \begin{aligned} \text{領域 (I)} \quad |H_1(x)| &= A \sqrt{\frac{x_2}{x_1}} \\ \text{領域 (II)} \quad |H_2(x)| &= A \sqrt{\frac{x_2}{x}} \sqrt{1 + \frac{1}{4n\sqrt{x_1}} \sin 4n(\sqrt{x} - \sqrt{x_1})} \dots (3) \\ \text{領域 (III)} \quad |H_3(x)| &= A \sqrt{1 + \frac{1}{4n\sqrt{x_1}} \sin 4n(\sqrt{x_2} - \sqrt{x_1})} \end{aligned} \right\}$$

ここで、 $n = 2\pi / T \sqrt{g}$ 、 A ；入射波高、 T ；波の周期。
この図から、Short waves の数値解析は最も簡単な scheme である leap-frog 法で可能であることがわかる。計算時間は Preissmann の手法に較べ leap-frog 法は $1/5 \sim 1/6$ ですんだ。

次に、2次元計算結果を Fig. 3, 4 に示す。Fig. 3 は矩形の湾内に Jetty が設けられた場合の回折図で、(A)、(B) は各々底勾配 $i=0$ 、 $i=0.01$ の場合のものである。同様に Fig. 4 は湾内に離岸堤を設けたとした時のものである。これらの図を見ると、勾配の影響が回折係数分布に微妙に現われていることがわかる。また、波の回折の様子もよくわかる。

この様に leap-frog 法により、任意地形上の short waves の 2 次元計算が可能であることが判る。

ら、結び、以上のように、周期の比較的短い Short waves を取り上げ、陽解法を用いて 2 次元計算を行って見た。その結果、最も簡単な leap-frog 法で任意地形上の Short waves の数値解析が可能であることがわかった。

謝辞：この研究を行おうにあたり、秋田大学浅田宏教授および東北大学首藤伸夫教授より有益なる御助言をいただいた。ここに記して深甚なる感謝の意を表します。

参考文献

1) Abbott, M.B; H. M. Berterson and O. Skovgaard (1978)

: On the numerical modeling of short waves in shallow water, Jour. Hydraulic Res; 16, 3, 173-204.

2) 後藤智明、首藤伸夫：各種津波海上計算と波先端条件の比較，第27回海技論文集，pp. 80~89, 1980.

3) Liggett, T.A. and J.A. Cunge (1975); Numerical Methods of solution of the Unsteady Flow Equation, ch. 4 of Unsteady Flow in Open Channels (Ed. MAHMOUD, K. and V. YEVJEVICH), Water Resources Publications, Fort Collins.

4) 首藤伸夫、森龍三：浅海における波と地形，第24回海技論文集，pp. 20~24, 1977.

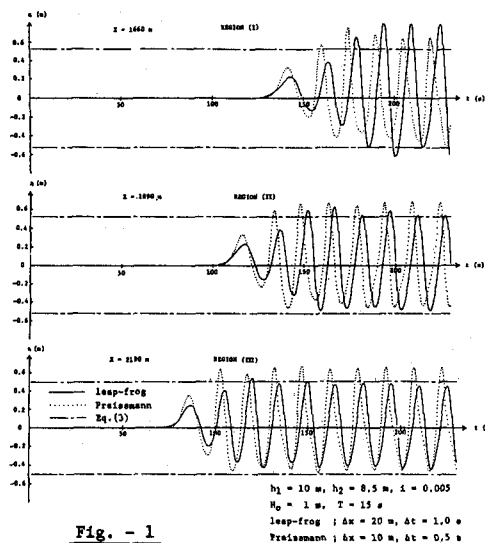


Fig. - 1

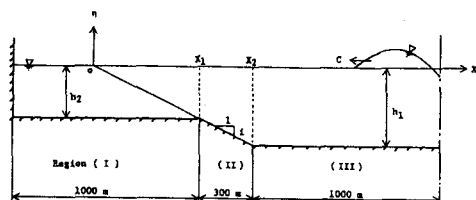


Fig. - 2

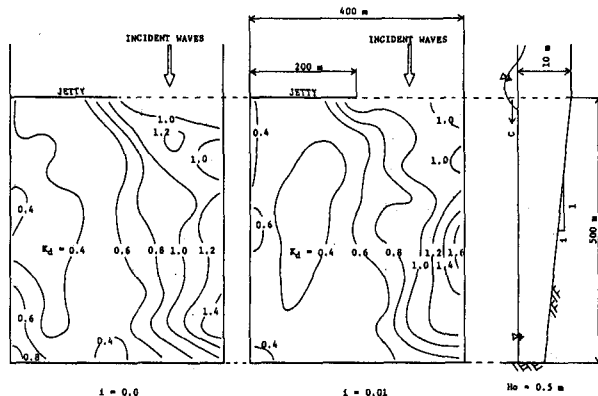


Fig. - 3

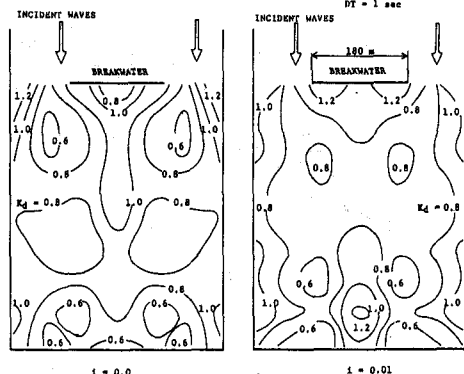


Fig. - 4