

清水建設(株)研究所 (正) 清川哲志 (同) 小林 浩

1. まえがき

構造物が水中で振動すると流体から力を受ける。これが動水圧であり、動水圧は慣性抵抗として構造物に作用する。このため水中構造物の振動特性はあたかも質量が増加したようになる。この質量の増加分に相当するものを付加質量とよび、海洋・港湾・河川構造物等、水中構造物の耐震設計上重要である。

これに対し著者らは、面对称構造物を対象とした理論を導き、これらの構造物の代表的形状の一つであるく形断面柱体の付加質量特性などを明らかにしてきた。本報告は、この理論解析法により、水中橋脚の形状として比較的多く見受けられる小判型断面を持つ柱体の付加質量特性について検討した結果を述べるものである。なお、理論は前報に詳しいので、本報告中では概要についてのみ記することにする。

2. 理 論

水深が一定の水域に一樣な小判型断面を持つ柱体があり、これが水中で微小な調和振動を行う場合を考え、この運動による流体運動を速度ポテンシャルによって記述する。これを円筒座標系で $\phi(r, \theta, z) \cdot e^{-i\omega t}$ とする。ただし、 ω は振動の角振動数で、 i は虚数単位 ($=\sqrt{-1}$) である。座標系を図-1に示す。

速度ポテンシャルを基礎方程式である3次元ラプラス方程式、および、自由表面条件、海底面の不透過条件、構造物表面と流体の運動速度の連続条件、無限遠における放射条件などを満足するように、フーリエ展開、固有関数展開によって求め、ベルヌーイの定理より圧力 p を求めると次式のようになる。

$$p = i \omega \rho \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} A_n^{(m)} \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} K_m(k_n r) - i A_0^{(m)} \frac{\cosh k_0(h+z)}{\cosh k_0 h} H_m^{(1)}(k_0 r) \right\} \cdot \cos m\theta \cdot e^{-i\omega t} \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 ρ : 流体密度、 k_0 : 波数、 k_n : 固有値 ($k_1 < k_2 < \dots\dots$)、 K_m : 第2種変形ベッセル関数、 $H_m^{(1)}$: 第1種ハンケル関数、 $A_n^{(m)}$: 複素未定係数である。また、波数 k_0 、固有値 k_n は、 $k_0 \tanh k_0 h = -k_n \tanh k_n h = \omega^2/g$ の実正根である。

式(1)における係数 $A_n^{(m)}$ は、個々の構造物形状に対応して、次の複素係数連立1方程式の解として得られる。

$$\sum_{m=0}^{\infty} k_{lm}^{(n)} \cdot A_n^{(m)} = \alpha_l^{(m)} \quad (l = 0, 1, \dots\dots\dots) \dots\dots\dots(2)$$

ここに、上式の係数 $k_{lm}^{(n)}$ 、および定数項 $\alpha_l^{(m)}$ は次式によって求められる。

$$k_{lm}^{(n)} = \int_0^\pi \theta_n^{(m)}(\theta) \cdot \cos l\theta d\theta \dots\dots\dots(3), \quad \alpha_l^{(m)} = \int_0^\pi c_n \cdot n_x \cdot \cos l\theta d\theta \dots\dots\dots(4)$$

$$\theta_n^{(m)}(\theta) = \begin{cases} F(\theta) \cdot H_m^{(1)}(k_0 r) \cdot \cos m\theta + G(\theta) \cdot H_m^{(1)}(k_0 r) \cdot m \cdot \sin m\theta & (n=0) \\ F(\theta) \cdot K_m'(k_n r) \cdot \cos m\theta - G(\theta) \cdot K_m'(k_n r) \cdot m \cdot \sin m\theta & (n \geq 1) \end{cases} \dots\dots\dots(5)$$

$$c_n = \begin{cases} -i \frac{4 a_0 \omega}{k_0} \cdot \frac{\sinh 2 k_0 h}{\sinh 2 k_0 h + 2 k_0 h} & (n=0) \\ \frac{4 a_0 \omega}{k_n} \cdot \frac{\sin 2 k_n h}{\sin 2 k_n h + 2 k_n h} & (n \geq 1) \end{cases} \dots\dots\dots(6)$$

ただし、 $F(\theta) \equiv n_x \cdot \cos \theta + n_y \cdot \sin \theta \dots\dots\dots(7) \quad G(\theta) \equiv (2/k_n r) (n_x \cdot \sin \theta - n_y \cdot \cos \theta) \dots\dots\dots(8)$

また、 $H_m^{(1)'}$ 、 K_m' はそれぞれハンケル関数、変形ベッセル関数の導関数である。

上式中で、 r 、 n_x 、 n_y などは、それぞれ z 軸から構造物表面までの距離、構造物表面上の単位法線ベクトル

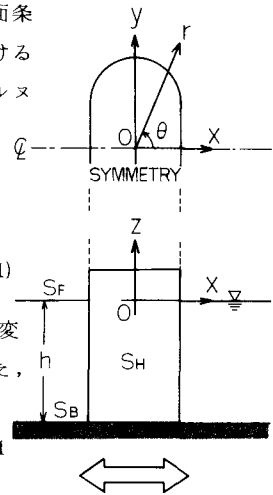


図-1 座標系の定義

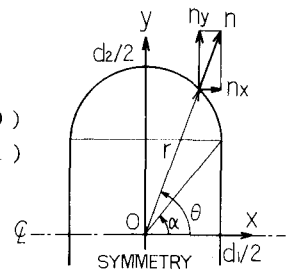


図-2 説明図

ルの x, y 成分である (図-2 参照)。そして、これらはすべて θ のみの関数であり、小判型断面の場合、それぞれ次式となる。

$$r(\theta)=\begin{cases} |d_1/2\cos\theta| & (0\leq\theta\leq\alpha, \pi-\alpha\leq\theta\leq\pi) \\ \{(d_2-d_1)\cdot\sin\theta+\sqrt{(d_2-d_1)^2\cdot\sin^2\theta-d_2^2+2d_1\cdot d_2}\}/2 & (\alpha\leq\theta\leq\pi-\alpha) \end{cases} \cdots\cdots(9)$$

$$n_x(\theta)=\begin{cases} 1 & (0\leq\theta\leq\alpha), -1 & (\pi-\alpha\leq\theta\leq\pi) \\ 2r(\theta)\cdot\cos\theta/d_1 & (\alpha\leq\theta\leq\pi-\alpha) \end{cases} \cdots\cdots(10), \quad n_y(\theta)=\begin{cases} \{2r(\theta)\cdot\sin\theta+d_1-d_2\}/d_1 & (\alpha\leq\theta\leq\pi-\alpha) \\ 0 & (0\leq\theta\leq\alpha, \pi-\alpha\leq\theta\leq\pi) \end{cases} \cdots\cdots(11)$$

以上によって、式(1)より動水圧を求めることができる。付加質量は、動水圧による力の x 方向成分を柱体まわりに積分し、これを振動加速度で除することによって得られる。

3. 数値計算結果

図-3 は $d_1/d_2 = 0.4$ の場合の F 値 (付加質量と、振動方向と直角な柱体の幅と同じ直径の円柱が排除する流体の質量との比) を、水深 h と幅 d_2 の比をパラメーターとして示したものである。これによると、柱体が細長くなるほど F の値は大きくなり、分布形状も 2 次元的になることがわかる。そして、これらの性質は、小判型断面、く形断面、円形断面すべてに共通する。また、図は省略するが、 d_1/d_2 が小さいほど、換言すれば柱体が振動方向に対して偏平になるほど F の値は小さくなる。したがって、同じ幅を持つ柱体の場合、偏平なほど付加質量は小さい。

小判型断面柱体の付加質量を求めるには、式(2)のような複素係数連立 1 次方程式を解き、さらに得られた結果を式(1)に代入するなどして計算する必要がある。本解析法を通常的设计業務に用いるには不便がある。そこで小判型断面柱体に関する計算結果を、次式のような柱体の単位長さあたりの動水圧 P の近似式としてまとめた。

$$P=(\pi/4)\cdot\rho\cdot g\cdot Kh\cdot d_2^2\cdot F \cdots\cdots(12)$$

$$F=c\cdot|z/h|^\beta \cdots\cdots(13)$$

ここに、 Kh : 水平震度、 d_2 : 振動方向と直角な壁の幅である。また式(13)中の c および β は、厳密解から得られた計算結果に基づいて、 d_1/d_2 をパラメーターとし、水深 h と d_2 の比 h/d_2 の関数として図-4 に示されている。

この近似式による計算値と、厳密解による計算値を比較した一例を $d_1/d_2 = 0.4$ の場合について示すと、図-5 のようになる。ただし、図中実線が厳密解、破線が近似式による計算値を表わしている。この図からわかるように、近似式による計算値は、各 h/d_2 に対して 比較的良く厳密解に一致しており、通常的设计業務に用いるには十分であろう。

4. 結 論

以上述べてきたように、本報告は、著者らが前報で導いた面対称柱体に関する動水圧理論を、水中橋脚の形状として比較的多く見受けられる小判型断面柱体に適用し、この付加質量特性について検討した結果を要約したものである。この中で、 d_1/d_2 が小さくなると F の値も小さくなり、したがって同じ幅を持つ柱体の場合、振動方向に偏平となるほど付加質量は小さいということを明らかにした。(ただし、 $0.4\leq d_1/d_2 < 1.0$ の範囲) また、小判型断面の場合も、他の断面形状の柱体と同様に、柱体が細長くなるほど、 F の値が大きくなることも明らかにした。そして、これら小判型断面柱体に関する計算結果を、動水圧の近似式の形でまとめ、通常的设计業務に適用し易くした。

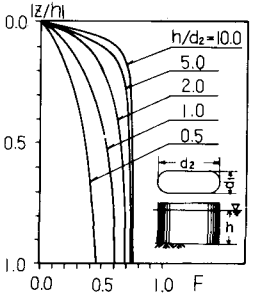


図-3 F 値の分布の例

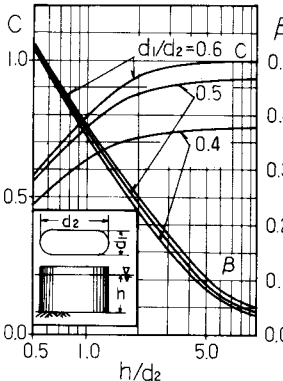


図-4 近似式の c, β

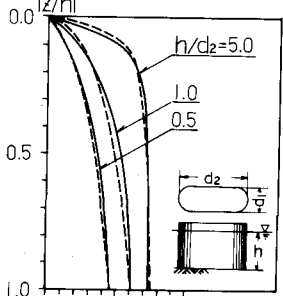


図-5 近似解と厳密解

参考文献 清川・小林, 面対称柱体の水中振動による付加質量特性の研究, 土木学会論文報告集, No. 321, pp. 59~69, 1982.