

東京工業大学 正員 沢本正樹

1.はじめに

砂連上の振動流の理論的研究は、Lyne (1971) にはじめり、その後、Sleath, 日野ら、金子らが、夫々の一連の近似解析、数値解析の成果を発表している。また、最近では、Longuet-Higgins (1981) による渦系群モデルを用いたシミュレーションも発表されている。前三者の結果によると、球のまわりの振動流の場合にみられる Streaming が砂連の場合にもみられ、このような現象が、曲面境界をもつ場では一般的なものであることが示されており、流体力学上大変興味深い。

上に述べた成果は、多くの場合、水粒子のストロークと砂連の波長との比が小さい場合に限られている。これは、運動方程式中の移流慣性項が相対的に重要でない場合に相当する。一方、海岸工学上興味のある砂連近くの流れでは、砂連背後に強い集中渦が形成される。このような剥離を伴う流れでは、移流慣性項が、局所慣性項と同程度、あるいは、それ以上の重要性をもつてくる。本研究では、支配方程式の中の移流慣性項を、最も簡略化された形で評価することにより（すなわち、Oseen 近似を用いることにより）、砂連上の剥離を伴った流れを解析的に表現することを試みる。

2. 問題の設定と解法の概略

基本方程式系は、従前の研究者のものとはほぼ同じである。すなわち、砂連上の物理空間を次の写像関数を用いて平板上の空間に写像する。この写像関数の詳細は、沢本 (1978) に示されている。

$z = \xi + i \frac{\epsilon}{\pi} e^{ik\xi} \quad \dots \dots (1)$ ここに、 $z = x + iy$; 物理面, $\xi = \xi + i\eta$; 写像面, ϵ, k は、夫々、 $ak, k\delta$ ($k = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ ; 波長, $\delta = \sqrt{\frac{d_0}{\nu}}$, ω ; 振動流の角周波数, ν ; 動粘性係数) である。 x, y, ξ, η は、すべてすでに無次元化されている。渦度方程式、および、渦度と流関数の関係は、

$$\frac{1}{J} \frac{\partial \omega}{\partial t} - S \frac{\partial(\psi, \omega)}{\partial(\kappa\xi, \eta)} = \frac{1}{2} D^2 \omega \quad \dots \dots (2), \quad \omega = -JD^2\psi \quad \dots \dots (3)$$

J は、Jacobain で、 $J = 1/(1 - 2\epsilon e^{-k\eta} \cos k\xi + e^{-2k\eta})$, $S = \frac{d_0}{\lambda}$ は、水粒子のストローク d_0 と、砂連の波長との比で、波によって生じる砂連の場合は、2π程度、あるいは、それ以上の値をとる。渦度 ω 、流関数 ψ は、夫々、 U_b/δ , $U_b\delta$ (U_b : 砂連の影響のないところでの流速の振幅) で無次元化されている。

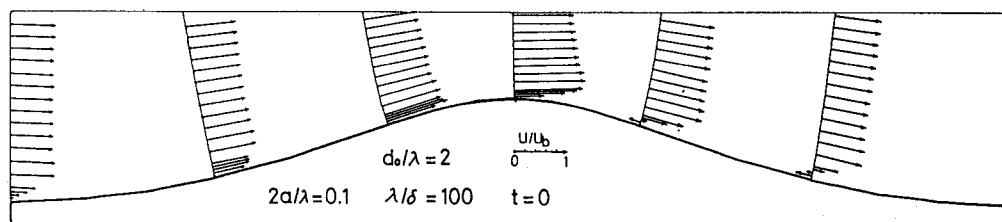
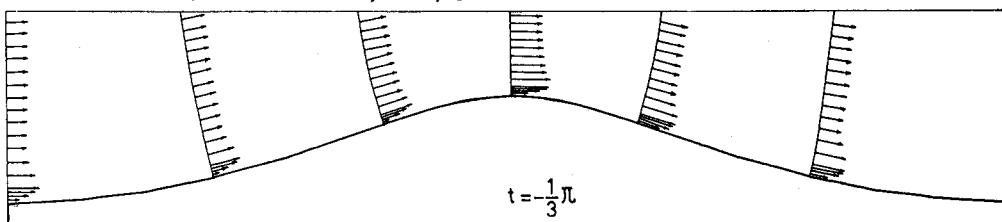


図-1 砂連上の流速分布 加速時 ($t = -\frac{1}{3}\pi$)、最大流速時 ($t = 0$)

境界条件は

$$\gamma \rightarrow \infty \text{ で } \frac{\partial \psi}{\partial \xi} = 0, \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = \cos t, \quad \gamma = 0 \text{ で } \psi = \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = 0 \quad \cdots \cdots (4)$$

式(2)の左辺第2項、移流慣性項は非線形である。ここでは、その係数のみを流速と、ポテンシャル流れのみで代表させることを考える。すると、式(2)は、次のよう簡略化される。

$$\frac{1}{J} \frac{\partial \omega}{\partial t} + S \cos t \frac{\partial \omega}{\partial \xi} = \frac{1}{2} D^2 \omega \quad \cdots \cdots (5)$$

移流項の係数が、5面での一様流であるという意味から、この近似を Oseen 近似と呼ぶことにする。この近似は、式(2)も、 $\nu = 0$ のまわりの解(すなわち 不透流)のまわりで、 ν で Taylor 展開した場合の1次のオーダーの式として得られるものであり、従って、レイノルズ数が大きい場合に有効となる。この点、球のまわりの Oseen 近似とは、全く異っている。本研究では、式(5)を、解析的に取り扱う。

解法の概略を示す。式(5)は、変数係数の偏微分方程式であり、解析的に扱うのは、あいだらず容易ではない。そこで、 ω, ψ を、 steepness E で摂動展開する。 E^0 のオーダーでは、5面での Stokes layer、すなわち 5 方向に一様で移流慣性の効果の全くない解が得られる。移流慣性項の効果は、 E^1 まで考慮することにより始めて評価しうる。式(5)の移流慣性項に注意すべきことは、係数に $\cos t$ が含まれていることである。これにより、周波数間の相互作用が起こる。ここでは、最も単純化された相互作用として、主流との1次相互作用のみを考える。すなわち、主流成分 $\cos t, \sin t$ の他に、これらと移流慣性項の係数 $\cos t$ との積として生ずる常数項および $\cos 2t, \sin 2t$ まで考慮して有限 Fourier 展開を行ふ。これら一連の煩雑な演算の後、最終的に式(5)は、10元の1次連立方程式を解く $\frac{C}{\frac{1}{2} U_0 P}, \frac{d_0}{\lambda} = 2.0, \frac{\lambda}{\delta} = 100$

3. 結果の一例

図-1に、加速時と、最大流速時の流速分布を示す。加速時に流れの剥離はみられないが、最大流速時には、流れは剥離し、下流部に逆流を伴う渦の存在がみとめられる。

著者ら(1980)の実験結果と比較すると、計算された渦は実測のものより多少偏平にはなっているものの、おおむね流れの特徴は再現されていることがわかる。図-2は、砂連/波長間のせん断応力分布を示す。最大流速時には、砂を谷から両側の峰に掃き上げる向きにせん断応力が働いていることが認められる。

謝辞

本研究は、鹿島学術振興財團の援助のもとに、著者や、M. I. T. 在中に行ったものである。この機会を与えて下さった関係者各位に深く謝意を表します。

参考文献

- Lyne, JFM, 50, 1971; Sleath, J. Hyd. Res. 13, 1975,
14, 1976; JFM, 112, 1981など: 日野ら, 土木学会論文報告集
237, 1975; 22回海岸工学講演会1975: 金子ら, JFM, 93,
1979; 工木学会論文報告集 307, 1981: Longuet-Higgins
JFM 107, 1981: 沢本ら, 工木学会論文報告集 269, 1978;
東工大土木研究報告 27, 1980

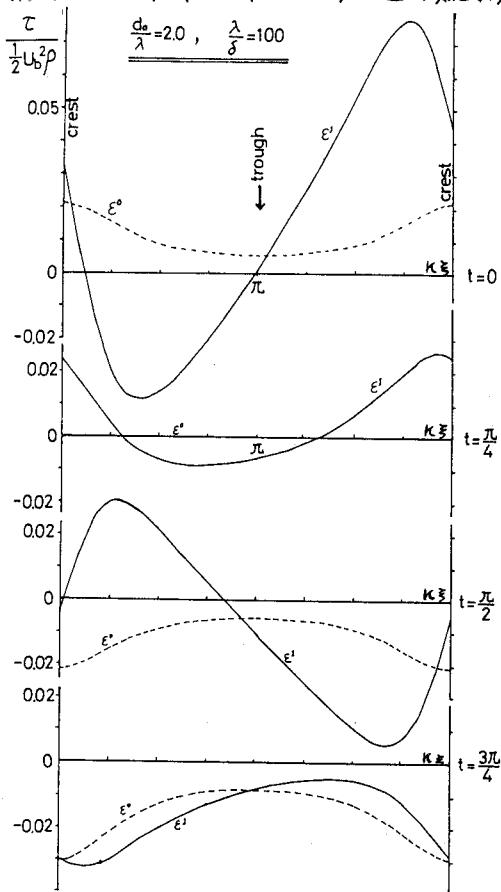


図-2 砂連上のせん断応力分布