II－337　単一要素 Kinematic wave モデルの集中化について

京都大学工学部　正員　椎葉充晴
京都大学工学部　正員　高棹琢馬

1. はじめに

Kinematic wave モデルは水深分布を状態量とする流出モデルである。無限次元の状態量をもつこのモデルを有限次元の状態量をもつモデルで近似することを集中化とよぶ。Kinematic wave モデルの集中化モデルとして，貯水量が流出量およびその時間微分で与えられる単一貯水池モデルを考えるのも一つの方法であるが[1]，本研究では，場を有限個の区間に分割し，定常時水面形状から得られる各分割区間の貯水量－流出量関係式を適用して多段貯水池モデルを構成する。この多段貯水池モデルによる集中化の誤差が，場・入力の条件および集中化の程度とどのような関係にあるかを検討する。

2. Kinematic wave（K.W.と略）モデルの無次元化

単一要素K.W.モデル

$$\partial h/\partial t + \partial q/\partial t = r(t), \quad q = \alpha h^m, \quad 0 \leq x \leq L \tag{1}$$

（α, m, L は定数，$r(t)$は降雨強度，h, qは水深と流量）において

$$x_* = L,\ q_* = \bar{r}L,\ h_* = \{\bar{r}L/\alpha\}^{1/m},\ t_* = t_c = \{L/(\alpha\bar{r}^{m-1})\}^{1/m},\ r_* = \bar{r},$$
$$T_R = t_r/t_c,\ P(\tau) = r(T_R\tau)/\bar{r},\ R = r/r_*,\ X = x/x_*,\ T = t/t_*,\ H = h/h_*,\ Q = q/q_* \tag{2}$$

（t_rは降雨継続時間，$\bar{r}$は平均降雨強度）とおくと，無次元化式

$$\partial H/\partial T + \partial Q/\partial X = R(T) = P(T/T_R), \quad Q = H^m, \quad 0 \leq X \leq 1 \tag{3}$$

を得る。T_R は，系の応答時間の代表値 t_c に相対的な入力の継続時間を表わし，$P(\tau)$ は入力の時間配分パターンを表わす。

3. Reservoir cascade（R.C.と略）モデルによる集中化

$0 = X_{0,K} < X_{1,K} < \cdots < X_{K,K} = 1$ なる分点 $X_{i,K}$ をとって，区間（$X_{i-1,K}$, $X_{i,K}$）でのHの積分値をS_i，$X_{i,K}$ でのH, QをH_i, Q_i，$F_{i,K} = X_{i,K} - X_{i-1,K}$ とすると（図1），(3)式より，

$$Q_i = H_i^m, \quad dS_i/dT = F_{i,K}R(T) + Q_{i-1} - Q_i, \quad Q_0 = 0 \tag{4}$$

を得る。H_i が S_iの関数であれば，この式でKinematic wave モデルを集中化できることになる。一般には，H_i はS_iの関数として一意的に定まらないが，定常時には $H \propto X^{1/m}$ であるから，

$$H_i = b_i S_i/F_{i,K}, \quad b_i = (m+1)X_{i,K}^{1/m}F_{i,K}/\{m(X_{i,K}^{(m+1)/m} - X_{i-1,K}^{(m+1)/m})\} \tag{5}$$

なる関係がある。

入力 $R(T)$ の変化が緩やか，すなわち，T_R が大きい時は，水面形状は定常時のそれで近似することができるので，(5)式を(4)式に代入して得られるR.C. モデルで K.W. モデルが集中化される。

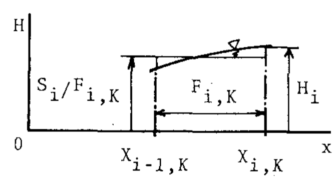

図１

差分解法における安定性の条件から考えて，各区間の定常時の攪乱の伝播時間が等しくなるように分点 $X_{i,K}$ をとるのがよい。そうすると，$X_{i,K}$は，

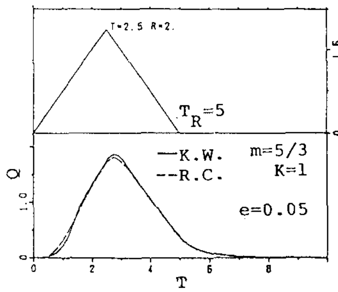

図2

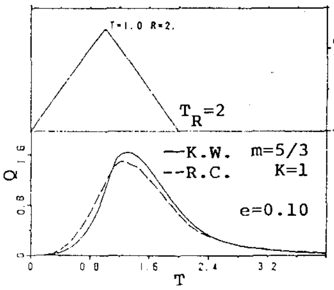

図3

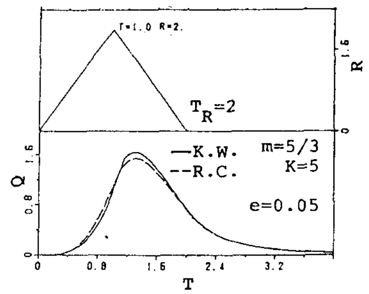

図4

再帰的に次式より求めることができる。

$$x_{K-1,K}=\{(K-1)/K\}^{m},\quad x_{i,K}=x_{i,K-1}x_{K-1,K},\quad i<K. \tag{6}$$

T_Rが小さくなると、$R(T)=P(T/T_R)$の時間的変化は急激になり、その変化を記憶するために状態量（＝区間貯水量S_i）の個数Kを増やす必要がある。実際、降雨配分パターンを2等辺3角形状として計算をすると、T_Rが大きいときはK=1でも集中化誤差は小さく（図2）、T_Rが小さくなるとK=1では集中化誤差が大きくなり（図3）、誤差を図2の場合と同程度にするためにはK=5にしなければならない（図4）。ただし、K.W.モデル、R.C.モデルによる流出量を$Q_K(T)$, $Q_R(T)$とするとき、集中化誤差を、

$$e=\max_{T\le T_E}\left[\,|Q_K(T)-Q_R(T)|/\{Q_K(T)+\max_{T\le T_E}Q_K(T)\}\right] \tag{7}$$

（T_Eは、$Q_K(T)$の累加が流入量の98%となる時刻）で評価するものとする。

降雨配分パターンを2等辺3角形とし、$m=5/3$のときの集中化誤差eの等値線図が図5である。また、最小2乗法によって求めた集中化誤差eの近似式は、

$$e=0.184/\{T_R^{0.810}K^{0.452}\} \tag{8}$$

である。いま、斜面流を単一要素K.W.モデルで取扱うものとし、その等価粗度係数N、勾配θ、斜面長L、平均降雨強度$\bar{r}$、降雨継続時間t_rが与えられているものとすると、$\alpha=\sqrt{\sin\theta}/N$, $m=5/3$として、(2)の第6式からT_Rが求められるので、図5または(8)式を利用すると所要の精度eに対する貯水池個数Kを求めることができる。$\bar{r}$, t_rの増大とともにT_Rは増加するから、標準入力に対してKを定めておけば、規模の大きい入力に対しても精度は保証されることになる。

4. あとがき

本研究では、単一要素K.W.モデルをR.C.モデルによって集中化し、その集中化誤差と、場・入力条件、貯水池個数との関係を検討した。河川流域全体を考えるときには、さらに河道網での合流の効果をも考慮して集中化を考える必要がある。これは今後の課題としたい。

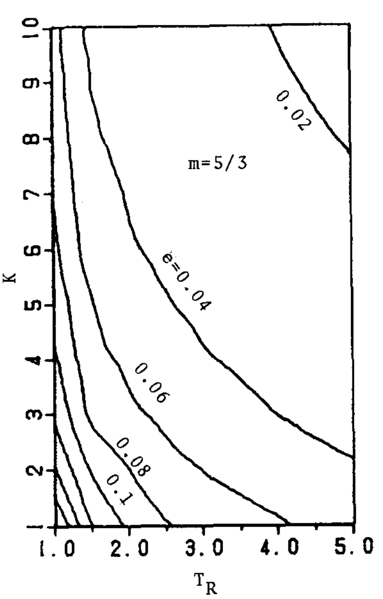

図5

1) 藤田睦博：確率流量の算定に関する総合的研究、文部省科学研究費（C）成果報告書、昭和56年3月。