II-306 実時間流出予測の一手法とその適用例

京都大学工学部 正員 宝 馨
京都大学工学部 正員 高棹 琢馬
京都大学工学部 正員 椎葉 充晴

1. はじめに

"予測"というものは，それがどの程度の信頼性（精度）をもつのかを明らかにするべきである。このことは流出予測においても例外ではない。特に洪水予報やダム操作等の実時間対応を合理的に行なうためには，予測精度を定量的に把握することができれば便利である。このような観点から，本研究では，降雨予測の不確定性を考慮しつつ流出予測精度をも明らかにする実時間予測手法とその適用例を提示する。

2. 流出モデルについて

単純な時系列モデルでは流出システムの動特性を十分に表現できないが，モデルの不十分さを有色ノイズの導入によって補償してモデルの精度を向上させることはできる。[1] しかし，このようなモデルを用いたとしても，リードタイムが長く（数百 km^2 の流域で2時間以上）なると流出予測精度は著しく悪化する。これは，降雨流出という物理現象を単にブラックボックス的に扱うことの不合理性を端的に示すものであると言える。

流出予測においては水文事象の物理性と不確定性を考慮できるようなモデルを用いることが肝要である。流出システムは本来分布型モデルで記述されるべきであるけれども，数理的取扱いの便宜上集中型の物理モデルを考えて，部分系内の雨水貯留高を状態量とし流量を観測出力とする非線形連続－離散型の状態空間モデルを構成する方が都合がよい。すなわち，

$$\dot{x} = f(x, r_k) \quad , \quad t_{k-1} \leq t < t_k \tag{1}$$

$$y = g(x) \quad , \quad t = t_k \tag{2}$$

ここに，x：状態ベクトル，r_k：確定値入力（降雨），y：観測出力（流量），t：時間，f，gは一般に非線形関数で，t_i（$i=0,1,2,\cdots$）は流量観測時刻を表わす。

3. 現象の不確定性の考慮

水文事象の不確定性を考えるため，(1),(2)式の x，y，r_k を確率変量として，さらにモデル誤差・観測誤差を補償するノイズを付加する。連続－離散システムの取扱いの詳細は高棹らが既に発表している[2]が，一般に加算的ノイズが離散時間で付加される。ここでは，次のような乗算的ノイズを考えた。

$$x_i(t_k) = x_i(t_k^-)\,(1 + v_i(t_k)) \tag{3}$$

$$y(t_k) = g(x(t_k))\,(1 + w(t_k)) \tag{4}$$

ここに，x_i は状態ベクトル x の第i成分で v_i はそれにかかるノイズ，w は観測ノイズである。状態ベクトルの次元拡大によって，これらのノイズの有色性を考慮できる。乗算的ノイズは，状態量の値が大きい時には相対的にノイズの絶対値も大きいという水文量の特性を表現しうるものと思われる。

4. 降雨予測シミュレーション

流出予測においては降雨予測が必要であるが，降雨予測の不確定性も当然考慮しなければならない。そこで，時点kにおいて将来の降雨 $r_{k+\ell}$（$\ell=1,2,\cdots$）とシミュレートされる降雨予測値 $\hat{r}_{k+\ell}$ との間に

$$E[\hat{r}_{k+\ell}] = r_{k+\ell} \quad , \quad Var[\hat{r}_{k+\ell}] = s_{k+\ell}^2 = a_p^2 \cdot \ell \cdot r_{k+\ell}^2 \tag{5}$$

なる関係が成り立つようなシミュレーションを考えた。すなわち，降雨予測の精度（分散）はリードタイムℓと生起するであろうと期待される降雨 $r_{k+\ell}$ の2乗に比例するとした。乱数発生手法によりシミュレートするが，比例定数 a_p（制御パラメタ）を適当に与えて降雨予測精度を制御できる。たとえば，$a_p=0$ とすると完全降

雨予測をシミュレートすることになる。ただし，$a_p > 0$ であっても $r_{k+l} = 0$ のとき完全予測となる不合理が生じるので，$r_{k+l} \le 0.1$ mm/hr のときは $r_{k+l} = 0.1$ mm/hr とする。

5. 実時間流出予測手法

(1), (3), (4) 式で表わされる確率過程的状態空間モデルを用い，カルマンフィルター理論を応用して流出予測を行なう。このとき，モデルパラメタは逐次更新（update）せず，状態量（各部分系内の雨水貯留高）を推定してゆく方法をとる。というのはモデルパラメタは当該流域固有の定数であって，便宜的に変動させてゆくものでは本来ないからである。予測手順は以下のようである。

① 時点k-1で状態ベクトルの期待値 $\hat{x}(k-1)$ と共分散行列 $P(k-1)$ が求められている。

② 後続の時間ステップにおける降雨の予測値と分散の系列 $\{\hat{r}_{k+i-1}, R_{k+i-1}\}$, $i=1,\cdots,m$ が時点k-1において（降雨予測シミュレーションもしくは気象予報システムによって）与えられる。

③ 次元拡大してシステム入力である降雨を状態量に組み込み，$\hat{x}(k-1)$, $P(k-1)$ を $\hat{\mathbb{X}}(k-1)$, $\mathbb{P}(k-1)$ とする。

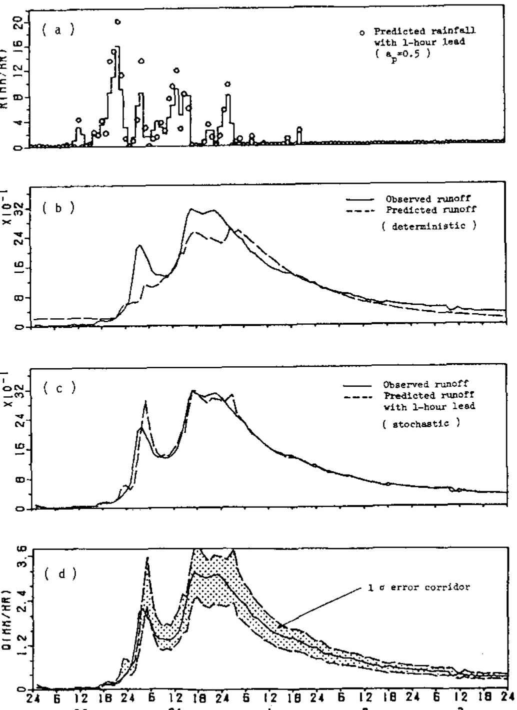
④ 与えられた予測降雨に基づいて系の推移を（局所的に統計的線形化しつつ）求めてゆき，$\{\hat{\mathbb{X}}(k+i-1), \mathbb{P}(k+i-1)\}$, $i=1,\cdots,m$ を得る。これより流量の予測値とその分散 $\{\hat{y}(k+i-1), Y(k+i-1)\}$, $i=1,\cdots,m$ が求められる［流出予測］。

⑤ 時間が経過して時点kになると直前の時間ステップ（k-1, k）の間の降雨観測値 r_k と時点kの流量観測値 $y(k)$ が得られる。

⑥ $\hat{x}(k-1)$, $P(k-1)$ と確定降雨 r_k に基づいて状態の推移を求め直し，時点 k^- における状態 $\hat{x}(k^-)$, $P(k^-)$ を得る。

⑦ 流量観測値 $y(k)$ を用いてフィルタリング計算を実行し，時点kにおける状態の推定値 $\hat{x}(k)$ とその共分散 $P(k)$ を求める。

⑧ $k = k+1$ として ① へ戻る。



6. 適用例

高棹らが構成した集中型モデル[3]を由良川大野ダム上流域（342 km^2）に適用し，1970年6月10日0時～6月30日24時の1時間単位の雨量・流量データを用いてパラメタ同定を行なった。このモデルを確率過程的に扱って乗算的ノイズを導入し，プラントノイズは有色（1次の自己回帰型），観測ノイズは白色として，同じ期間でノイズの統計量を試算的に求めた。

右図は，翌1971年8月30日0時～9月3日24時の出水を予測（1時間先）したものである。(a)は実測降雨と予測降雨（$a_p = 0.5$），(b)はその予測降雨を用いた決定論的予測，(c)は本研究で提示した手法による確率過程的予測で，(d)はその予測値の上下1σ（σは標準偏差）の幅と実測流出高を示している。

本研究では，集中型流出モデルに乗算的ノイズを導入し，降雨予測の不確定性をも考慮した実時間流出予測手法を提示して，その実用性を検証した。モデル誤差・観測誤差・降雨予測精度と流出予測精度との関連の定量的把握が可能となったので，今後検討してゆきたい。

【参考】
1) 室・高棹・椎葉：土木学会第36回年講，昭56.
2) 高棹・椎葉：京大防災研年報第23号B-2，昭55.
3) 今村・高棹・椎葉：土木学会第37回年講，昭57.